Czechoslovak Mathematical Journal

František Zítek

Заметка к одной теореме Королюка

Czechoslovak Mathematical Journal, Vol. 7 (1957), No. 2, 318–319

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/100251

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1957

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://dml.cz

ЗАМЕТКА К ОДНОЙ ТЕОРЕМЕ КОРОЛЮКА

ФРАНТИШЕК ЗИТЭК (František Zítek), Прага.

(Поступило в редакцию 14/IX 1956 г.)

Заметка касается связи между ординарностью стационарного потока и равенством $\mu = \lambda$.

В работе [1], § 11, А. Я. Хинчин доказывает следующие две теоремы:

Теорема 1. *Для стационарного потока без последействия необходимым и достаточным условием равенства $\mu = \lambda$ является ординарность этого потока.*

Теорема 2 (Королюка). *Для любого стационарного потока ординарность влечет за собой равенство $\mu = \lambda$.*

Вообще можно охарактеризировать отношение между равенством $\mu = \lambda$ и ординарностью потока следующим образом:

Теорема 3. *Для любого стационарного потока с конечной интенсивностью μ необходимым и достаточным условием ординарности этого потока является равенство $\mu = \lambda$. В случае бесконечной интенсивности ординарность влечет за собой равенство $\mu = \lambda$, но существуют неординарные потоки, для которых тоже $\mu = \lambda = \infty$.*

Замечание. Из последнего утверждения теоремы 3 следует, что в теореме 1 мы должны исключить случай бесконечной интенсивности.

Доказательство теоремы 3. I. Пусть $\lambda = \mu < \infty$, тогда из

$$\mu t = \sum_{k=1}^{\infty} k \,.\, v_k(t)\,, \quad \sum_{k=1}^{\infty} v_k(t) = \lambda t + o(t)$$

вытекает, что

$$\sum_{k=2}^{\infty} (k-1)\, v_k(t) = o(t)\,,$$

но так как все $v_k(t)$ неотрицательны, то

$$0 \leqq \sum_{k=2}^{\infty} v_k(t) \leqq \sum_{k=2}^{\infty} (k-1)\, v_k(t)\,, \quad \text{или} \quad \sum_{k=2}^{\infty} v_k(t) = o(t)\,;$$

это значит, что поток ординарен.

II. Необходимость равенства $\mu = \lambda$ для ординарных потоков доказана уже в теореме 2, даже в случае $\mu = \lambda = \infty$.

III. Пусть дан стационарный поток (причем не исключен случай потока без последействия) с бесконечным параметром $\lambda = \infty$. Если теперь мы будем каждый вызов считать как два вызова пришедшие в один и тот же момент времени, или если мы возьмем вместо $x(t)$ случайный процесс $2x(t)$, то мы, очевидно, получим опять стационарный поток с интенсивностью $2\mu = \infty$, параметром $\lambda = \infty$, но *неординарный*, так как (обозначая через $v_k'(t)$ вероятности для нового процесса) имеем

$$\lim_{t \to 0} \frac{1}{t} \sum_{k=2}^{\infty} v_k'(t) = \lim_{t \to 0} \frac{1}{t} \sum_{k=1}^{\infty} v_k(t) = \lambda = \infty ;$$

тем и завершается доказательство теоремы 3.

ЛИТЕРАТУРА

[1] *А. Я. Хинчин:* Математические методы теории массового обслуживания; Труды Математического института им. В. А. Стеклова, *XLIX*, Москва 1955.

Summary

ON A THEOREM OF KOROLYUK

FRANTIŠEK ZÍTEK, Praha.

(Received September 14, 1956.)

Two theorems (1 and 2) cited in [1], § 11, characterizing relations between the equality $\mu = \lambda$ (see [1]) and the ordinarity of a stationary input stream are completed by theorem 3 which fully describes the general case of a stationary stream:

Theorem 3. *For every stationary stream with finite intensity μ the equality $\mu = \lambda$ is a necessary and sufficient condition for the ordinarity of the stream. If $\mu = \infty$, then the equality $\mu = \lambda$ follows from the ordinarity but not conversely.*