Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Theodor Monin

O konturách průmětů ploch stupně druhého

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 17 (1888), No. 5, 229–230

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/108792

při čemž položeno bylo do součtu řady (1) dle věty průmětové $\frac{1 - a\cos\beta}{b}$ místo $\cos\alpha$, a do součtu řady (2) dle věty sinusové $\frac{a\sin\beta}{b}$ místo $\sin\alpha$, a dále kladeno dle věty Carnotovy

$$b = (1 + a^2 - 2a\cos\beta)^{\frac{1}{2}}.$$

O konturách průmětů ploch stupně druhého.

Napsal

Theodor Monin,

assistent při c. k. české vysoké škole technické v Praze.

V Archivu mathematiky a fysiky (T. II. str. 104.) ustanovil prof. Jeřábek geometrické místo bodů, z nichž se promítá nějaká křivka stupně 2-ho na určitou průmětnu v křivku kruhovou. Tato úloha zavdává původ mnoha jiným, které vztahují se netoliko ku průmětům křivek, ale i ku konturám průmětů ploch stupně 2-ho.

Mysleme si nějakou plochu stupně 2-ho P a rovinu průmětnou R, a položme si za úlohu ustanoviti střed promítání tak, aby kontura průmětu plochy P vyhovovala určitým podmínkám. Tu se ovšem namítá otázka, kolik takových podmínek může býti libovolně zvoleno. Rovina R proniká plochu P v křivce stupně 2-ho Q, která opět proniká křivku konturní vzhledem k některému středu s ve dvou bodech; z toho plyne, že se průmět každé konturní křivky bude dvojnásob dotýkati křivky Q. To platí jak známo za dvě podmínky, takže další tři můžeme libovolně zvoliti.

α) Má-li průmět konturní křivky obsahovati nějaký bod m, náležící průmětně, tu se musí střed promítání nalezati na ploše kuželové M, dotyčné ku P, jejížto střed splývá s bodem m. Aby kontura průmětu obsahovala dva body m, n, musí se střed promítání nalezati na obou plochách kuželových M, N, vrcholy m a n určených, takže jeho geometrickým místem jsou dvě křivky stupně 2-ho U a V, které se navzájem ve dvou bodech pronikají a zároveň dotýkají plochy P. Roviny těchto křivek oddělují m a n harmonicky. Mimo to jest také křivka U geometrickým místem středů, ze kterých se V promítá do roviny R v křivku, obsahující body m, n a naopak.

Jsou-li m, n v nekonečné vzdálenosti a určeny nějakou křivkou stupně 2-ho K v rovině R, znamená to, že příslušná kontura průmětu plochy P má býti homothetickou ku křivce K aneb že má míti s K stejný tvar a polohu.

Když jest K křivkou kruhovou, jsou m, n imaginárnými body kruhovými roviny R. Kdybychom chtěli pro tento případ ustanoviti geometrické místo středů promítání, tu si sestrojíme proniky plochy P s osnovou rovin stejnoměrných s průmětnou a určíme jejich ohniska. Podotknouti nutno, že při plochách s elliptickou indikatrix musíme stanoviti ohniska i pro imaginárné proniky.

Jedná-li se o skutečné určení svrchu uvedených míst geometrických, tu velkých výhod poskytuje vzájemná poloha křivek U a V, o které se na počátku zmínka stala.

β) Jako druhou podmínku si vytkněme tu, že průmět křivky konturní má se dotýkati jisté přímky A v rovině R. Geometrickým místem příslušných středů promítání budou obě tečné roviny plochy P, obsahující přímku A. Kdyby se měla kontura průmětu mimo A dotýkati ještě jiné přímky B, tu by geometrickým místem středů byly čtyry přímky, obsahující bod f, jenž jest průsečíkem přímek A a B.

Sem náleží případ zvláštní, kde přímky A a B, protínající se v realném bodu f, jsou sdruženě imaginárné, směřujíce k imaginárným bodům kruhovým roviny R. Bod f jest pak ohniskem kontury průmětu, které tedy může býti zcela libovolně určeno, představujíc dvě jednoduché podmínky.

γ) V průmětně jest určen bod a a přímka A; hleďme ustanoviti střed promítání tak, aby a byl polem přímky A vzhledem ku kontuře průmětu plochy P. To jest patrně s dvěma jednoduchými podmínkami equivalentní.

Svazku rovin, jehož osou jest přímka A, odpovídá vzhledem ku ploše P projektivně řada polů, jejížto místem budiž přímka A'. Svazek přímek, který z bodu a promítá řadu A', jest ku svazku A projektivný a protíná jej v křivce stupně 2-ho, která jest hledaným místem geometrickým.