Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Václav Skalický

Několik poznámek k numerickému dělení

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 64 (1935), No. 4, D78--D82

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/108834

Kratinké trvání el. jiskry možno ukázati takto: Na odstředivý stroj postavený vertikálně připevníme kruhový kotouč, kde na bílém podkladě je tuší vyznačen nějaký výrazný obrazec; na př. 6 kruhů poloměru asi 2 cm sestavených do šestiúhelníka nebo velký černý kříž se širokými rameny a p. Elektriku postavíme dopředu tak, aby jiskra osvětlovala roztočený kotouč, který zdá se, jako by stál.

Str. 78. V elektrické pistoli zapálíme směs vzduchu a sirouhlíkových par. Kápneme dovnitř 2—3 kapky sirouhlíku, ihned uzátkujeme a několikrát převrátíme. — Zazátkovanou láhev s CS_2 dáme stranou.

Místo drátku k přepálení vezmeme proužek staniolu asi 1 mm široký, 5—10 cm dlouhý, který vyřízneme ostrým nožem (žiletkou) a upevníme mezi 2 Holtzovy svorky. Přepálíme jej silnou jiskrou z baterie Leyd. lahví a spojení provedeme podobným způsobem, jak bylo popsáno při prorážení skla.

K ukázání účinků magnetických vezmeme silný, nemagnetický pletací drát, který hustě ovineme isolovaným drátem, jímž vybijeme mohutnou jiskru z baterie. Póly vzniklého magnetu dokážeme krátkou závěsnou magnetkou. Určiti póly předem není možno, protože jiskrový výboj je oscilující.

Str. 79. Pokus na obr. 110 nutno prováděti skutečně na širém prostranství — nejlépe na místě poněkud vyvýšeném, na př. na ploché střeše osamělého domu nebo na nějakém pahrbku. V budově nebo na dvoře pokus nelze provésti.

Několik poznámek k numerickému dělení.

Václav Skalický, Pardubice.

1. Primánské učebnice aritmetiky doporučují užívati pomocné *tabulky násobků dělitele* (při větších dělitelích). V podílu se však málokdy vyskytnou všechny číslice, takže větší či menší část tabulky byla pořizována zbytečně. I doporučuje se tento způsob tam, kde tabulka je už utvořena, na př. při použití tabulek multiplikačních. Kompromis mezi způsobem obvyklým a způsobem užívajícím tabulky násobků, který má jisté výhody obou a snižuje pravděpodobnost chyby z únavy, je tento:

Je-li podíl vícemístný, je pravděpodobno, že se některá (nebo některé) číslice podílu nevyskytne jen jednou. Neužíváme-li tabulky násobků dělitele a spojujeme-li násobení s odčítáním, musíme v tom případě opakovati totéž násobení dělitele s číslicí podílu vícekrát. Oddělme tedy odčítání od násobení a připisujme k odčítaným částečným dělencům příslušné číslice podílu do závorky. Je patrno, v čem spočívá zmíněný kompromis: tabulku násobků dělitele tvoříme jen potud, pokud je nutno, spoléhajíce na možné opakování některé číslice v podílu.

Příklad:

$$\begin{array}{l}
22754743 : 315 \doteq 72\,237 \\
\underline{2205 \quad (7)} \\
\quad 704 \\
\quad \underline{630 \quad (2)} \\
\quad\; 747 \\
\quad\; \underline{630 \quad (2)} \\
\quad\; 1174 \\
\quad\;\; \underline{945 \quad (3)} \\
\quad\;\;\; 2293 \\
\quad\;\;\; \underline{2205 \quad (7)} \\
\quad\;\;\;\;\; 88
\end{array}$$

Způsob tento, ač vypadá na pohled těžkopádný, není zcela hoden zavržení. U čísel vícemístných působí stálé střídání výkonu násobení a odčítání (vlastně doplňování) jistou únavu, která způsobí prodloužení doby potřebné k výkonu (nehledě ani k větší možnosti chyby), převažující nepatrné zdržení vzniklé napisováním částečných dělenců. I bude popsaný způsob na místě u příkladů, v nichž se vyskytují čísla s větším počtem míst, v kterýchžto případech je též pravděpodobnější opětovaný výskyt téže číslice v podílu. U čísel menších je ovšem výhodnější přidržeti se způsobu obvyklého.

Bylo by ostatně zajímavé a poučné zjistiti náležitě sestavenými testy početní cestu s maximální mírou ekonomie v tomto i v jiných případech. Namátkou lze uvésti: je průměrnému žáku snazší a přirozenější násobiti mnohočlen prvý postupně jednotlivými členy druhého či obráceně, či jest to lhostejno nebo závislé na osobním typu? Máme vnucovati při mocnění mnohočlenu některé z obou početních schemat $a^2 + b^2 + \ldots + 2ab + 2ac + \ldots$ nebo $a^2 + 2ab + b^2 + \ldots$ Je výhodnější násobiti od nejvyšší cifry násobitele nebo nejnižší? Jaký je vliv střídání početních výkonů, jaká je cena různých t. zv. výhod početních (bývá někdy problematická) a pod.

2. Mělo by se uvažovati o tom, zda *znaménko rovnosti při dělení* nemáme připustiti jen tam, kde za ním stojí skutečně podíl dělence a dělitele, a tedy nepřipustiti je v případech dělení se zbytkem. Od sekundy počínaje máme možnost dělení vždy aspoň formálně dokončiti připojením zlomku, v jehož čitateli je zbytek, ve jmenovateli dělitel, po případě užíti obvyklého značení zlomků periodických a pod.

Bylo by jen důsledné (a pro výchovu k přesnosti žádoucí), kdybychom v případech se zbytkem užívali známého znaménka přibližné rovnosti ($\doteq$; viz hoření příklad), nechceme-li se uchýliti k nějakému odlišnému a u nás neobvyklému způsobu psaní (podle západoevropského a amerického vzoru). Totéž žádejme pak i u odmocnin iracionálních.

3. Písemné odčítání částečných dělenců má též jistou další výhodu, která může leckdy v praxi posloužiti. Je přirozené, že budeme vždy žádati, aby se určování číslic podílu posouzením dělence a dělitele dálo, pokud možno, najisto; stane se však i pokročilejšímu, že číslici podílu odhadne příliš vysoko. Tu pak není třeba při uvedeném způsobu psaní znovu počítati, užijeme-li záporných zbytků.

Na možné užití dekadických mnohočlenů s koeficienty částečně zápornými bylo již na těchto místech poukázáno.*) Je to vhodné prohloubení učiva osnovami (pro kvartu) předepsaného, a zasloužilo by, aby mu bylo věnováno trochu místa v učebnicích, aspoň ve cvičeních. Chci proto upozorniti na to, jak se dá jistým způsobem, v podstatě na témž principu spočívajícím, napraviti případný vyšší odhad číslice podílu; nechci snad uvedený způsob doporučovati zásadně a vésti tak žáky k tomu, aby částečné podíly odhadovali lehkomyslně, je však dobře míti podobné věci v zásobě k příležitostnému ukojení živějšího interesu pokročilejšího žáka nebo třídy.

Princip, o který tu jde, je v podstatě tento: Odhadnu-li číslici podílu výše, utvořím záporný zbytek, dělím jej dále, a číslici podílu takto vzniklou (t. j. dělením záporného zbytku) si označím v podílu nějakou značkou, na př. podtržením. Výsledek se pak přepíše, při čemž si podíl představujeme jako dekadický mnohočlen s koeficienty částečně zápornými.

Příklad:

$$\begin{array}{rl}
22855743 : 327 & \doteq 7\bar{1}9\bar{1}5, \\
-\,2289{\scriptstyle 0} & \quad \text{t. j. } 69895 \\
\hline
-\,3{\scriptstyle 5} & \\
+\,327 & \\
\hline
+\,2927{\scriptstyle 4} & \\
-\,2943{\scriptstyle 0} & \\
\hline
-\,156 & \\
+\,327 & \\
\hline
+\,1713 & \\
-\,1635 & \\
\hline
+\,78 &
\end{array}$$

*) Vavřinec: Poznámky k numer. počítání. Příloha did.-met. 8, (1932/33), str. 20.

Přepsání výsledku v obvyklý tvar provádíme tak, že poznamenanou číslici změníme v její dekadický doplněk a předchozí číslici o jednotku snížíme. Užíváme tu zřejmé identity

$$10x - y = 10\,(x - 1) + (10 - y).$$

Jistou, ne však přílišnou potíž působí tu okolnost, že při tvoření záporného zbytku třeba vzíti v počet i číslici, která má býti připsána. V citovaném příkladě:

$$\begin{array}{r} 22855\ldots \\ -\,2289{\scriptstyle 0} \\ \hline -\,35 \end{array}$$

Číslici podílu, která vznikla ze záporného zbytku, odhadujeme tak, aby následující zbytek byl kladný. Což, odhadneme-li i tu tak, že další zbytek je opět záporný? Nestane se to sice často, neboť (viz citovaný příklad) odhad prvý bývá chybný obyčejně jen v „těsných“ případech, v nichž záporný zbytek je v absolutní hodnotě tak malý, že další dělení dává číslici — 1, v níž není možno se mýliti. Stane-li se to však, je i tu pomoc snadná.

Příklad:

$$\begin{array}{l} 24349394 : 355 \doteq 69\bar{4}\bar{2}9 \\ \quad\text{t. j. } 68589 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24349394 \\ -\,2130 \\ \hline 3049{\scriptstyle 3} \\ -\,3195{\scriptstyle 0} \\ \hline -\,1457{\scriptstyle 0} \\ +\,1420{\scriptstyle 9} \\ \hline -\,361{\scriptstyle 0} \\ +\,710{\scriptstyle 4} \\ \hline +\,3494 \\ -\,3195 \\ \hline +\,299 \end{array}$$

Přepsání výsledku provádíme tu (od konce) doplňováním označených číslic do deseti atd., při čemž užíváme identity

$$100x - 10y - z = 100\,(x - 1) + 10\,(10 - y - 1) + (10 - z),$$

nebo jinak:

$$100X - Y = 100\,(X - 1) + (100 - Y).$$

Obdobně v případě libovolném.

V připisování další číslice je tu nutná opatrnost ještě větší než v případě posledním. I tu jest třeba vzíti v počet při tvoření zbytku číslici, která má býti připsána, ještě před odečtením, při čemž jest si pamatovati, že cifru připisujeme vždy ke kladnému z obou čísel. V citovaném příkladě:

.....
.....

$$\begin{array}{r} 30493 \\ -\,31950 \\ \hline -\,14570 \\ +\,14209 \\ \hline -\,3610 \\ +\,7104 \end{array} \text{ atd.}$$

4. Záporných zbytků při dělení se ostatně často užívá i při obvyklém způsobu psaní. Vychází-li při dělení zbytek, a jedná-li se nám o to, aby chyba podílu, vzniklá zanedbáním zbytku, byla co nejmenší, připustíme často konečný zbytek záporný; tím dosáhneme (u čísel úplných) toho, že zbytek je v absolutní hodnotě nejvýš roven polovině dělitele. Pokládám toto počínání za správné a výhodné, a doporučoval bych dále ještě toto: Stane-li se, že konečný zbytek má absolutně touž hodnotu, ať jsme se rozhodli pro kladný či záporný, podržíme zbytek kladný, za poslední číslici podílu však připíšeme jako další (přibližnou) číslici 5 (menším písmem). Je-li poslední číslicí podílu pětka vzniklá přihlížením k absolutně menšímu zbytku zápornému, označíme ji (jakožto vzniklou z opravy) $\bar{5}$. Tohoto způsobu označování pětky opravou vzniklé by se mělo důsledně užívati; nově zpracované části tabulek Valouchových (VIII. vyd.) tak již činí.

K metodice vyučování matematického.

Karel Regner, Mladá Boleslav.

Jsou známé stížnosti obecenstva, že matematika středoškolská je obtížná, žáky přetěžující a pro život většinou neužitečná. Ujišťovali mne nedávno bývalí absolventi reálky, nynější úředníci peněžního ústavu, že jim matematika středoškolská nebyla k ničemu dobrá, a že jednoroční obchodní kurs po maturitě byl pro ně pernou prací, protože se na střední škole zanedbává počtářství a praktické úkony s ním související. Řed. Josef Vavřinec v článku „Psychologie základních výkonů početních etc.“, který byl právě uveřejněn v tomto časopise, poukazuje na důležitost pamětného a mechanického počítání a zdůrazňuje, třebas s velkými výhradami, nutnost skutečného provádění a propočítávání úkolů, jako jednu z hlavních pomůcek úspěchu v aplikaci aritmetiky a algebry.

Pamatuji se také, že první napomenutí inspektorské, které jsem dostal brzo po zahájení své učitelské dráhy, bylo, abych cvičil