Věstník literární

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 59 (1930), No. 3, 224--225

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/109075

VESTNIK LITERÁRNÍ.

Otto Haupt: **Einführung in die Algebra.** 2 díly, celkem 663 + XXX str., ve sbírce: Mathematik und ihre Anwendungen in Monographien und Lehrbüchern. Bd. 5. Akademische Verlagsgesellschaft. Leipzig 1929.

Rok 1910, ve kterém vyšlo pojednání E. Steinitze „Algebraische Theorie der Körper" (Crelle, 137, 1910, str. 167—309), znamená mezník ve vývoji algebry. Pojednání toto způsobilo radikální obrat v pojetí úloh algebry i v jejích metodách. Badání v algebře dalo se konečně tím směrem, který mu naznačili oba velcí matematikové, kteří stáli u kolébky moderní algebry, Galois a Dedekind, avšak od kterého nastal v druhé polovině 19. století odklon. Algebra a číselná teorie zabývala se tehdy výhradně jen t. zv. číselnými tělesy (Zahlkörper), t. j. tělesy, která jsou obsažena v tělese všech komplexních čísel, známém z analyse. Toto těleso spolu s Gaussovou „základní větou algebry" tvořilo základ veškerých úvah algebraických přes to, že samo a jeho podtělesa patří jen k jednomu z možných typů těles (tělesu charakteristiky 0). Dnes se postupuje v algebře axiomaticky a zcela abstraktně. Elementy všech algebraických množství (grup, okruhů, těles, modulů, ideálů) jsou úplně abstraktní elementy, které splňují jen určité axiomy. Za uplynulých dvacet let byl vykonán v tomto směru velký kus práce, takže dnešní algebra liší se úplně od oné algebry druhé polovice 19. století. Kdo byl se chtěl o tom přesvědčiti, ať si srovná na př. Galoisovu teorii v hořejší knize s podáním Weberovým v I. díle jeho známé algebry.

Dosud však neexistovala žádná nová učebnice algebry, mimo malé dva svazečky ze Sammlung Göschen od Hasse. Proto Hauptova dvoudílná učebnice zaplňuje citelnou mezeru v literatuře a její vyjití jest velmi vítati. První tři kapitoly I. dílu Hauptovy knihy vykládají axiomaticky základní pojmy: pojem rovnosti, sčítání, odčítání, násobení a dělení, pojem grupy, okruhu, oboru integrity a tělesa a základní věty pro tyto pojmy platící. Dále následuje kapitola 4. o dělitelnosti, založená v podstatě na podrobné analysi Eukleidova algoritmu. Další kapitoly jednají o konstrukci nových těles z daného tělesa a to jednak tvořením tříd (kap. 5.), jednak adjunkcí (kap. 6. a 7.). Následuje kapitola o symetrických funkcích (kap. 8.) a o lineární algebře, t. j. o řešení lineárních rovnic. Kap. 10. a 11. vyšetřuje dělitelnost polynomů s koeficienty v tělese a v oboru integrity. V kap. 12. a 13. se dokazuje existence kořenů rovnice s koeficienty v nějakém tělese konstrukcí nadtělesa, které tyto kořeny obsahuje. Tento důkaz nahrazuje vlastně v dnešní algebře Gaussovu základní větu algebry. Poslední dvě kapitoly jednají o speciálních rovnicích: o rovnicích 3. a 4. stupně, rovnicích binomických a kořenech z jedničky.

Druhý díl začíná se nejdříve kapitolou — ostatně velmi zdařilou — která svým obsahem vlastně dnes do algebry nepatří, a kterou autor zařadil do knihy patrně jen proto, aby se svým obsahem kryla s dřívějšími učebnicemi algebry. Kapitola jedná o t. zv. číselných tělesech (Zahlkörper), základní větě algebry, realitě kořenů rovnice a numerickém řešení rovnic, tedy vesměs o věcech, při nichž jest třeba pojmu limity a pojmu spojitosti, a které jsou proto dnes zařazeny do analyse. Kapitola jest založena v podstatě na Dedekindově řezu. Následuje v dalších kapitolách (17—22) Galoisova teorie. Bohužel zde autor staví do popředí otázku, na řešení jakých pomocných rovnic dá se řešení dané rovnice převésti. Tím nevyniká dosti vlastní podstata Galoisovy teorie, která není teorií řešení algebraických rovnic, nýbrž teorií struktury algebraických těles. Důsledky z ní plynoucí pro řešení algebraických rovnic jsou jen její aplikací na tento problém. Tím teprve stává se Galoisova teorie přehlednou a jasnou. Vlastní Galoisovu teorii obsahují kapitoly: 17., odvozující základní vlastnosti konečných algebraických nadtěles, kap. 19., jednající o tělesech normálních, kap. 20., zavádějící Galoisovu grupu normálního tělesa jakožto grupu jeho automorfismů a obsahující základní větu Galoisovy teorie o vzájemně jednoznačném přiřazení podgrup Galoisovy grupy k podtělesům příslušného normálního tělesa. V aplikaci Galoisovy teorie na řešení rovnic jednají kapitoly 18., 21. a 22. Kap. 23. obsahuje některé dodatky k teorii struktury algebraických těles: o nadtělesech druhého druhu, o transcendentně rozšířených nadtělesech, o konstrukci tělesa algebraicky uzavřeného a obsahujícího dané těleso, a konečně o reálných tělesech (reálné algebře). Tento poslední dodatek týká se prací E. Artina a O. Schreiera, kterým se podařilo odvoditi vlastnosti reálných těles, t. j. těles obsahujících jen reální čísla, ryze algebraicky, totiž nejen beze všech limitních procesů a pojmu spojitosti, nýbrž též beze všech axiomů a uspořádání elementů v tělese. Tím zachránili pro algebru celou nauku o reálných kořenech rovnic včetně až po větu Sturmovu. Knihu zakončuje konečně dodatek o některých pracích W. Krulla, týkajících se nekonečně rozšířených těles a Abelových grup. Kniha obsahuje četné úlohy, k nimž na konci každého dílu jsou připojena řešení. Orientaci po látce v knize obsažené usnadňují stručné přehledy na začátku každé kapitoly, týkající se látky a postupu této kapitoly.

Škoda jen, že kniha je často příliš rozvláčná. Látka v knize obsažená dala by se zcela dobře vyložiti bez újmy srozumitelnosti asi na dvou třetinách místa. Zato některé vyšší partie bylo by záhodno rozšířiti, tak na př. důkaz Steinitzovy věty o existenci algebraicky uzavřeného tělesa k danému tělesu jest příliš stručný a vynechává některé důležité kroky, takže ten, kdo není dostatečně obeznámen s principem transfinitní indukce, bude míti z něho malý užitek. Dále by si bylo přáti, aby taková učebnice algebry obsahovala daleko podrobnější teorii reálných těles, než jak jest vyložena v kap. 23., neboť jest to partie důležitá, která jaksi doplňuje a uzavírá celou Galoisovu teorii. Mezi úlohami v knize jsou. úlohy zčásti velmi lehké, téměř triviální, zčásti průměrně velmi těžké. Bylo by záhodno, aby těžší úlohy byly nějak odlišeny, aby začátečník, pro nějž právě mají úlohy největší význam, nehledal marně triviálního řešení k úloze, jejíž řešení jest vlastně velmi složité. *Vl. Kořínek.*