Σ z ohniska f rotační plochou kuželovou Q, bude osa její $\varDelta$ půliti úhel afO; poněvadž však tečna paraboly am v bodu A půlí úhel a_1af, jest $\varDelta \parallel am$. Vepišme nyní do kužele Q kouli, jež se mimo obliny kužele dotýká i roviny σ. Hledaný střed s obdržíme, vedeme-li $as \perp \varDelta$; a učiníme-li $so \perp \sigma'$, jest o bodem dotyčným roviny σ. Avšak jak známo, jest dotyčný bod ohniskem paraboly Σ a bod a vrcholem. Vedeme-li $fm \perp am$, jest pak $mv \perp$ O, a $\varDelta aso \cong \varDelta fmv$, tudíž $\overline{vf} = \overline{oa}$, a proto $\Sigma \cong$ K.

Úlohy.

Úloha 1.

Jak se dokáže správnost relace

$$\frac{\prod\limits_{k=o}^{n} (a^{2^k} + b^{2^k})(c^{2^k} + d^{2^k})}{(a-c)(a-d)(b-c)(b-d)} + \frac{\prod\limits_{k=o}^{n} (a^{2^k} + c^{2^k})(b^{2^k} + d^{2^k})}{(a-b)(a-d)(c-b)(c-d)} + \frac{\prod\limits_{k=o}^{n} (a^{2^k} + d^{2^k})(b^{2^k} + c^{2^k})}{(a-b)(a-c)(d-b)(d-c)} \equiv 0?$$

Prof. Dr. *F. J. Studnička.*

Úloha 2.

Řešiti jest rovnici

$$x^5 - 2x^4 - x^3 + 6x - 4 = 0.$$

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 3.

Který jest součet nekonečné řady, jejíž obecný člen jest

$$a_n = \frac{3 + 2n - 2^n}{3^n} ?$$

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 4.

Ustanoviti jest hodnotu nekonečného vzestupného řetězce

$$x = \frac{1 + \frac{3 + \frac{5 + \cdots}{2}}{2}}{2}$$

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 5.

Studující chce ze tří druhů sešitů po 11, 13 a 17 h koupiti 20 sešitů za 2·5 K. Kolikerým způsobem to může vykonati?

Učitel měšť. školy *A. Kozák* (v Milevsku).

Úloha 6.

Dány jsou body m, n, p. Sestrojiti jest rovnoramenný trojúhelník abc, jehož ramena $\overline{ac} = \overline{bc}$ *svírají daný úhel* γ, $\overline{ac}$ *prochází bodem m,* $\overline{bc}$ *bodem n,* $\overline{ab}$ *půleno jest bodem p.*

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 7.

V trojúhelníku abc vedena jest příčka $de \parallel ab$. *Vésti jest v trojúhelníku cde příčku* $fg \parallel de$, *aby bylo*

$$A : B = B : C,$$

značí-li

$$A = \triangle\, cfg,\ B = degf,\ C = abed.$$

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 8.

Obdélník rozděliti jest příčkou rovnoběžnou k úhlopříčce jeho ve dvě části A, B tak, aby bylo

$$A : B = B : (A + B).$$

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 9.

V lichoběžníku dány jsou obě úhlopříčky a obě ramena; jest nalézti jeho půdice.

Posl. fil. *Rud. Hruša.*

Úloha 10.

Sestrojiti jest lichoběžník, dány-li poloměry kružnic opsaných o trojúhelníky, ve které lichoběžník rozděluje se svými úhlopříčkami.

Posl. fil. *R. Hruša.*

Úloha 11.

Řešiti jest trojúhelník, dán-li obsah jeho $\Delta = 5{\cdot}5$ *a podmínka*

$$tg\,\alpha : tg\,\beta : tg\,\gamma = \frac{1}{3} : \frac{1}{7} : \frac{1}{10}.$$

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 12.

Do krychle o hraně a vepsány jsou dva čtyrstěny pravidelné, jichž hrany jsou úhlopříčkami stěn krychlových. Který jest obsah tělesa z těchto dvou pronikajících se čtyrstěnů složeného?

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 13.

Rovina protíná kolmý čtvercový jehlan tak, že na pobočných hranách jeho stanoví po řadě úseky a, b, c, d, počítané od temene. Dokažte, že jest

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{1}{b} + \frac{1}{d}.$$

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 14.

V pravidelném dutém čtyrstěnu nalézá se voda. Postavíme-li čtyrstěn stěnou spodní na rovinu vodorovnou, má voda ve čtyrstěnu výšku $10\sqrt{6}$*; postavíme-li čtyrstěn na roh tak, že protější* *stěna jest vodorovná, stojí voda ve výšce* $20\sqrt{6}$. *Jakou má čtyrstěn hranu a kolik jest v něm vody?*

Prof. *Th. Schulz.*

Úloha 15.

Kouli o poloměru r opsán jest kužel, který se dotýká koule nejen pláštěm, nýbrž i oběma základnami. Je-li poloměr větší základny 2r, jak velký jest povrch a obsah kužele?

Prof. *Th. Schulz.*

Úloha 16.

Dán jest čtverec abcd souřadnicemi vrcholů

$$a\,(8, 0),\ b\,(0, 8),\ c\,(-8, 0),\ d\,(0, 8)$$

a homologický s ním čtyrúhelník $a_1\, b_1\, c_1\, d_1$, *jehož tři vrcholy jsou*:

$$a_1\,(6, 0),\ b_1\,(0, 4),\ c_1\,(-3, 0).$$

Ustanoviti jest souřadnice čtvrtého vrcholu d_1.

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 17.

Stanoviti jest na ellipse bod, k němuž příslušná tečna má od středu vzdálenost rovnou střední měřické úměrné obou poloos ellipsy. Kterak dělí se dotyčným bodem část této tečny obsažená mezi osami?

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 18.

Do ellipsy vepsán jest obdélník, jehož strany jsou v poměru os ellipsy, s nimiž jsou rovnoběžny. Dokázati jest, že úseče elliptické přilehlé ku stranám tohoto obdélníka jsou stejně velké.

Prof. *Th. Schulz.*