Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Literatura

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 69 (1940), No. Suppl., D101--D104

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/120969

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1940

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

LITERATURA.

A. Recense vědeckých publikací.*)

Některé knihy o teorii grup z posledních let. Andreas Speiser: Die Theorie der Gruppen von endlicher Ordnung. Mit Anwendungen auf algebraische Zahlentheorie und Gleichungen sowie auf die Kristallographie. 3. Auflage. Mit 41 Abbildungen. Str. 262+X. Springer, 1937. Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band V.

Hans Zassenhaus: Lehrbuch der Gruppentheorie. I. Band. Str. 151+VI. Teubner 1937.

M. l'Abbé de Séguier et M. l'Abbé Potron: Théorie des groupes abstraits. Str. 41+IV. Gauthier-Villards, Paris 1938.

Mémorial des sciences mathématiques, fascicule XCI.

Teorie grup vyrůstala ze spolu nesouvisících, roztroušených poznatků, získaných abstrakcí z jednotlivých konkretních příkladů grup tak, jak je poskytly různé obory matematiky. Proto dlouho netvořily tyto poznatky veskrze organicky vybudovaný celek a rovněž metody celé teorie byly velmi různorodé, mnohdy vlastní podstatě problémů, jež řešily, velmi málo přizpůsobené. Okolnost, že dlouho stály v popředí celé teorie grupy konečné, způsobovala, že při řešení řady otázek se využívalo toho, že se vyšetřovaly konečné množiny. Odpočítávaly se prvky v jednotlivých komplexech, používalo se vět z číselné teorie na řád grupy a na řády i indexy podgrup, ač většinou šlo o otázky, při nichž konečnost grupy byla věcí úplně vedlejší, a dosahovalo se výsledků, které platily též pro celé velké skupiny nekonečných grup neb dokonce pro nekonečné grupy vůbec. Teprve po světové válce vývoj grupové teorie dospěl tak daleko, že bylo možno vybudovati z celé teorie organický celek a to vlastními metodami, odpovídajícími podstatě řešených problémů. Byl to hlavně objev významu homomorfního zobrazení pro celou teorii, který podstatně přispěl k sjednocení a ucelení teorie.

Mezi první knihy, které takto budovaly teorii grup jejími vlastními metodami, patří kniha Speiserova, která vyšla v prvním vydání roku 1923. Toto metodické stanovisko způsobilo asi velkou oblibu této knihy, která se dočkala roku 1937 třetího vydání. Škoda jen, že autor se omezil pouze na grupy konečné, ačkoliv všude, pokud to za dnešního stavu celé teorie jde, užívá metod, při nichž není třeba předpokládati konečnost grupy. Také skutečně mnohé věty v knize platí pro daleko obecnější grupy, než jsou grupy konečné, a to buď při nezměněných důkazech neb jen s malými změnami důkazů. To ovšem z knihy tak, jak je napsána, není přímo vidět. A to je velká škoda. Kniha obsahuje nejdříve abstraktní teorii grup, pak tak zvanou teorii representace: t. j. vyjádření abstraktní grupy pomocí matic. Při teorii representace jedná se o toto: Budiž dána abstraktní grupa $\mathfrak{G}$, jest nalézti všechny možné grupy nesingulárních čtvercových matic Γ, s nimiž je grupa $\mathfrak{G}$ homomorfní. Tato teorie, kterou vybudovali především Frobenius

*) Z obsahu recensí odpovídají podepsaní pp. recensenti sami.

a I. Schur, byla soustavně vyložena, nehledíme-li na Burnsideovu knihu Theory of groups, po prvé v této knize. Velmi jest vítati, že kniha obsahuje kapitolu, která jedná o aplikaci teorie grup na krystalografii, v níž grupy hrají základní roli. Druhé vydání Speiser zlepšil značně tím, že mnohé partie, které byly v prvním vydání příliš stručné a proto těžké, vyložil daleko podrobněji. V druhém vydání byla též rozšířena látka. Tak k teorii Abelových grup byly přidány paragrafy jednající o konečných tělesech. Teorie Sylowových podgrup byla vyložena obšírněji. Novinkou jest kapitola o symetrii rovinných a pásových ornamentů, kterou autor vložil před kapitolu o krystalografických grupách. V sestrojování ornamentů vidí autor první, byť i neuvědomnělé, počátky teorie grup a to již u národů starověkých. Třetí vydání není již proti druhému mnoho pozměněno. V teorii grup p jsou přidány dvě věty pocházející od Burnsidea a Halla. Autor rozšířil poněkud teorii representace a přidal kapitolu o použití teorie grup na teorii invariantů a kovariantů lineárních substitucí.

Bohužel některá nedopatření dosti závažného rázu vyskytují se ve všech třech vydáních. Je to v první řadě definice direktního součinu grup, která jest naprosto nedostatečná. Autor definuje na str. 28, co je to direktní součin dvou grup, nezmiňuje se však o tom, jak se definuje obecně direktní součin n grup, ač tohoto pojmu hned při teorii Abelových grup na str. 47 až 49 používá, a nečiní tak ani, když v § 44 podává vlastní teorii rozkladu grupy v direktní součin. Hlavně však neodvozuje vlastnosti, které musí míti podgrupy $\mathfrak{H}_1, \mathfrak{H}_2, \ldots, \mathfrak{H}_n$, grupy $\mathfrak{G}$, aby $\mathfrak{G}$ byla direktním součinem těchto podgrup, ač v § 44 těchto vlastností stále potřebuje. Za toto nedopatření stihá jej ihned trest. V § 44 na str. 133 dole dokazuje, že v tam vyšetřované grupě $\mathfrak{G}$ existuje jako podgrupa direktní součin podgrup $\overline{\mathfrak{H}}_1, \overline{\mathfrak{H}}_2, \ldots, \overline{\mathfrak{H}}_s$, tím způsobem, že dokazuje: 1. každý prvek z $\overline{\mathfrak{H}}_i$ je komutativní s libovolným prvkem z $\overline{\mathfrak{H}}_k$, $i \neq k$, 2. průnik libovolných dvou grup $\overline{\mathfrak{H}}_i$ a $\overline{\mathfrak{H}}_k$ je jednotkový prvek. To však naprosto nestačí. Nutno alespoň dokázati, což autorovi, protože si direktní součin n faktorů nedefinoval, ušlo, že průnik podgrupy $\overline{\mathfrak{H}}_i$ s podgrupou, vytvořenou podgrupami $\overline{\mathfrak{H}}_1, \overline{\mathfrak{H}}_2, \ldots, \overline{\mathfrak{H}}_{i-1}$, jest jednotkový prvek a to pro $i = 2, 3, \ldots, s$. Jiné nedopatření vyskytující se ve všech třech vydáních, jest obsaženo v důkaze věty Frobeniovy v § 14. Tam na str. 45 při důkaze používá bez jakéhokoliv odkazu vlastností normalisátorů, které nejsou nikterak samozřejmé, a které vykládá až v § 20 na str. 61. Čtenáři, který se nevyzná ve věci, jest pak ovšem celý důkaz této věty, důležité pro teorii konečných grup, úplně nesrozumitelný.

První úplně moderní knihou o teorii grup jest kniha Zassenhausova. Kniha jest budována podle jednotlivých metod grupové teorie a nečiní žádných předpokladů o konečnosti grupy. O konečných grupách pojednává v celkovém rámci jako o speciální skupině grup stejným způsobem, jak se na příklad pojednává v teorii abstraktních grup o grupách Abelových. V 1. kapitole vykládá autor nejdůležitější pojmy z teorie grup a odvozuje nejdůležitější vlastnosti těchto pojmů. 2. kapitola je věnována pojmu homomorfismu. K tomu jest připojen výklad otázek seskupených kolem věty Jordan-Hölderovy a věty Schreierovy, jež všechny se zakládají na vlastnostech homomorfismů. 3. kapitola jest věnována struktuře složených grup. Autor nejdříve vykládá o direktních součinech grup a pak této teorie používá při teorii grup Abelových. Větu o basi grup Abelových dokazuje obecně pro Abelovy grupy, které mají konečný počet generátorů. Dále se zabývá tak zv. teorií rozšíření (Erweiterungstheorie). Jedná se o tento problém: Jsou dány dvě abstraktní grupy $\mathfrak{F}$ a $\mathfrak{N}$. Jest sestrojit všechny grupy $\mathfrak{G}$, které obsahují $\mathfrak{N}$ jakožto normální podgrupu, a pro něž faktorová grupa $\mathfrak{G}/\mathfrak{N}$ jest isomorfní s $\mathfrak{F}$. 4. kapitola je věnována grupám konečným. Autor v ní odvozuje teorii Sylowových podgrup a pak do podrobností vykládá teorii grup p, t. j. grup, jichž řád je mocnina prvočísla p. 5. kapitola je věnována jistým vyšetřováním, k nimž byl dán popud z teorie algebraických čísel, a jichž výklad by vybočil z rámce tohoto referátu.

Zassenhaus zavádí v knize řadu nových názvů, jak vlastně při prvním knižním zpracování této látky ani jinak nejde. Zmíním se zde o některých, které mají větší důležitost. *Homomorfismem grupy* $\mathfrak{G}$ *do grupy* $\mathfrak{H}$ rozumíme jednoznačné zobrazení prvků grupy $\mathfrak{G}$ na nějakou podmnožinu $\mathfrak{H}'$ grupy $\mathfrak{H}$, která zachovává grupovou operaci, t. j. při níž je přiřazen součinu dvou prvků z $\mathfrak{H}$ součin obrazů těchto prvků v $\mathfrak{H}'$. $\mathfrak{H}'$ je pak nutně podgrupou v $\mathfrak{H}$. Je-li speciálně $\mathfrak{G}'$ rovno celé grupě $\mathfrak{H}$, mluvíme o *homomorfismu grupy* $\mathfrak{G}$ *na grupu* $\mathfrak{H}$. Zassenhaus zavádí pro první pojem prostě název *homomorfie*, pro druhý pojem název *homomorfismus*. Podobně je-li ono zobrazení vzájemně jednoznačné (prosté), mluvíme *o isomorfismu grupy* $\mathfrak{G}$ *do grupy* $\mathfrak{H}$ neb *na grupu* $\mathfrak{H}$. Zde podobně Zassenhaus mluví o *isomorfii* a o *isomorfismu*. Nevím, zda tyto nové názvy jsou vhodné. Jsou si totiž příliš podobné, takže se těžko pamatuje, jak jsou přiřazeny těmto dvěma pojmům. Starší názvy, ač jsou delší, jsou, myslím vhodnější. Mimo to odpovídají názvům užívaným v teorii množin. Naproti tomu vhodnou terminologii zavádí pro pojmy z okruhu věty Jordan-Hölderovy. Posloupnost podgrup grupy

$$\mathfrak{G} \supset \mathfrak{G}_1 \supset \mathfrak{G}_2 \supset \ldots \supset \mathfrak{G}_r = \mathfrak{E},$$

v níž každá následující jest normální podgrupou v předcházející, nazývá autor normálním řetězcem (Normalkette). Normální řetězec, do nějž již nelze vložiti žádné další členy, nazývá normální řadou (Normalreihe). To platí pro grupy s libovolným oborem operátorů. Komposiční řadou nazývá normální řadu vzatou absolutně, to je bez operátorů.

Bohužel i tato první opravdu moderní kniha o teorii grup má své velké vady. První z nich je velká stručnost, hraničící někdy až na nesrozumitelnost. Vždyť celá velká látka je zde i s důkazy a výkladem zahuštěna na 143 stránky textu. Při tom autor nijak neulehčuje rozsahu vykládané látky tím, že by odlehlejší věci vynechával. Všechny pojmy jsou vždy definovány co nejobecněji, věty vyslovovány a dokazovány ve formulacích co nejobecnějších. Důkazy pak ovšem jsou někdy vyřízeny tak stručně, že čtenáři dá velkou práci a mnoho času, než jim porozumí. Ještě horší je, že někde trpí stručností i formulace vět. Uvedu zde nejen zvláště křiklavý případ. Jedná se opět o větu Frobeniovu, o níž byla řeč při knize Speiserově. Zassenhaus ji uvádí v nejobecnějším tvaru na str. 26 takto: Die Anzahl der Lösungen von $x^n = c$, wo c einer festen Klasse $\mathfrak{C}$ aus h konjugierten Elementen unter einer endlichen Gruppe mit der Ordnung N angehört, ist teilbar durch den größten gemeinschaftlichen Teiler von hn und N. Čtenář sotva porozumí po přečtení této věty, že se jedná o součet počtu řešení všech rovnic tvaru $x^n = c$, kdež c probíhá všechny prvky třídy $\mathfrak{C}$, a nikoliv jen o počet řešení jedné takové rovnice pro jedno určité c. A neporozumí-li čtenář dobře znění věty, má velké potíže s porozuměním důkazu, který je beztak složitý a těžký. Při čtení knihy vadí při velkém počtu definovaných pojmů velmi značně, že je v textu velmi málo odkazů na definice podané na dřívějších stránkách. Tak na příklad na str. 55 zavádí autor pro komutátorovou podgrupu grupy $\mathfrak{G}$ označení $\mathfrak{G}'$. Toto označení od str. 60 dále nikde nepotřebuje, až najednou na str. 108 ihned beze všech vysvětlivek a odkazů píše $\mathfrak{G}'$. Čtenář si sotva vzpomene, co čárkovaná grupa značí. Autor knihy má skvělé práce z teorie grup a jistě teorii grup příliš dobře zná. Tato věc spolu s malou zkušeností ve psaní učebnic asi způsobila uvedené nedostatky. Přes všechny velké vady zůstane Zassenhausova kniha základní učebnicí teorie grup a každému, kdo zamýšlí teorii grup podrobně studovat, nezbude, než se touto knihou prokousat.

Knížka De Séguiera a Potrona z Mémorial des sciences mathématiques má býti asi referátem a přehledem výsledků teorie grup. Postrádá však při jednotlivých odstavcích a větách odkazy na literaturu, bez nichž referující kniha nemá vůbec význam. Mimo to je velmi nepřehledná, neobsahuje celou řadu důležitých výsledků docílených v posledních dvou desetiletích. Na příklad o všech otázkách z okruhu věty Jordan-Hölderovy uvádí jen původní větu Jordan-Hölderovu s důkazem majícím celkem 16 řádek, o teorii rozkladu grupy v direktní součin vůbec nic. Jest to tedy kniha zcela zbytečná. Více o této knize psáti by bylo škoda papíru a tisku.

Teorie grup přes velkou důležitost, kterou má pro dnešní matematiku, má na učebnice smůlu. Neexistuje kniha o moderní teorii grup, která by se dobře čtla, neexistuje žádná moderní učebnice pro počáteční studium. Začátečník má to zde věru těžké. Nejlépe je vzíti si nějakou učebnici algebry, ať již van der Waerdena, Haupta neb 2. díl staré Weberovy algebry a prostudovati si tam partie týkající se teorie grup, potom teprve obrátiti se ke Speiserovi, k 2. neb 3. vydání neb k starší anglické knize Burnsideově. Kniha Zassenhausova je jen pro pokročilé. *Vl. Kořínek.*

C. Publikace českých matematiků a fysiků.

A. Dratvová: Filosofie a přírodovědecké poznání. 1939. 8° 316 str. 3 obr. Br. 38 K. Váz. 48 K. Unie, Praha.

V. Guth: Tables pour la réduction des époques à l'année sidérale. Publikace Praž. hvězd. **12** (1939), 11—14.

F. Link: Sur une nouvelle construction de microphotomètre de l'Observatoire de Praha. Publikace Praž. hvězd. **12** (1939), 3—10.

F. Rádl: Über die Teilbarkeit des gewöhnlichen Differentialpolynoms dritter Ordnung durch ein ähnliches Polynom zweiter Ordnung. Math. Zeitschrift, **45** (1939), 719—734.

O. Seydl: Knihovna astronoma Antonína Strnada, ředitele Pražské hvězdárny. Publikace Praž. hvězd., **13** (1939), 78 str.