Quido Vetter

# Poznámka o poloze reálných nosičů bodů, v nichž kuželosečeka protíná dvě sdružené imaginární přímky

*Časopis pro pěstování matematiky a fysiky*, Vol. 55 (1926), No. 1, 40--41

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121070

# Poznámka o poloze reálných nosičů bodů, v nichž kuželosečka protíná dvě sdružené imaginární přímky.

*O. Vetter.*

Průsečíky dvou imaginárních sdružených přímek $p$ a $p^*$ s kuželosečkou $\Sigma$ jsou dvě dvojice sdružených imaginárních bodů $A, A^*$ a $B, B^*$. Tyto stanoví čtyřroh, jehož diagonální trojúhelník má jeden vrchol v reálném průsečíku $P$ daných přímek $p$ a $p^*$ a druhé dva rovněž reálné vrcholy $Q$ a $R$ na poláře s bodu $P$ vzhledem k $\Sigma$. V jednom z bodů $Q$ a $R$ se protínají reálné nosiče průsečíků, totiž $a \equiv \overline{AA^*}$ a $b \equiv \overline{BB^*}$. Leží-li $P$ vně $\Sigma$, jest tento průsečík v tom z bodů $Q$ a $R$, který také leží vně $\Sigma$. Leží-li však $P$ uvnitř $\Sigma$, jest někdy třeba stanoviti, ve kterém z vnějších bodů $Q$ a $R$ se nosiče $a$ a $b$ protínají*). Tu platí tato poučka:

»Budiž dána kuželosečka $\Sigma$, její polární trojúhelník $PQR$ a vrcholem $P$, ležícím uvnitř $\Sigma$, dvě sdružené imaginární přímky $p$ a $p^*$, které protínají spojnici $s \equiv \overline{QR}$ ve sdružených imaginárních bodech $N$ a $N^*$, representovaných involucí $PQ \,.\, N_1N_2$, kdež dvojice $N_1N_2$ harmonicky dělí dvojici $PQ$. Buďtež sdružené imaginární průsečíky $M$ a $M^*$ přímky $s$ se $\Sigma$ representovány involucí $PQ \,.\, M_1M_2$, kdež dvojice $M_1M_2$ harmonicky dělí dvojici $PQ$. Protíná-li kuželosečka přímku $p$ v imaginárních bodech $A$ a $B$ a přímku $p^*$ ve sdružených bodech $A^*$ a $B^*$, protínají se reálné nosiče v tom z bodů $Q$ a $R$, který jest od bodů $N_1N_2$ oddělen body $M_1M_2$.«

Za daných předpokladů lze perspektivní kollineací transformovati kuželosečku v kružnici $\Sigma$ (pro jednoduchost označíme útvary původní i transformované stejně) tak, aby transformovaný bod $P$ byl ve středu kružnice. Body $R$ a $Q$, ležící v nekonečnu, se promítají z $P$ dvěma kolmými paprsky, body $M_1$ a $M_2$ dvěma paprsky od nich odchýlenými o 45°. Nechť nosič $a$, který nemůže protnouti $\Sigma$ v reálných bodech, prochází bodem $R$, t. j. nechť jest kolmý k paprsku $PQ$ a nechť protíná $PQ$, $PM_1$, $PM_2$ v bodech $A_0$, $C_1$, $C_2$ a sdružené imaginární paprsky $PN$ a $PN^*$ v průsečících přímky $a$ se $\Sigma$, t. j. ve sdružených imaginárních bodech $A$ a $A^*$. Body ty jsou representovány involucí o středu $A_0$, a s dvojicí $A_1A_2$, kde $A_0A_1 = A_0A_2 = A_0T$, při čemž v bodě $T$ se kružnice $\Sigma$ dotýká tečna z $A_0$ k $\Sigma$ vedená. Poněvadž jest $A_0T < A_0P$ a $A_0C_1 = A_0P$, jest bod $R$ oddělen od bodů $A_1A_2$ dvojicí $C_1C_2$. Řada $A_0A_1C_1RC_2A_2$ se promítá z $P$ svazkem $P\,(QN_1M_1PM_2N_2)$, pročež paprsek $PR$ jest od paprsků $PN_1$ a $PN_2$ oddělen dvojicí paprsků $PM_1$ a $PM_2$, čímž jest vyslovená poučka dokázána.

# Remarque sur la position des supporteurs réels des points par lesquels passent une conique et deux droites imaginaires conjuguées.

(Extrait de l'article précédent.)

L'auteur démontre le théoreme suivant:

*) „Soit donné: une conique $\Sigma$, son triangle polaire $PQR$ et deux droites imaginaires conjuguées $p$ et $p^*$ passant par $P$ situé au dedans de $\Sigma$; soient $N$ et $N^*$ les points d'intersection imaginaires conjugués des droites $p$ et $p^*$ avec $s \equiv \overline{QR}$ qui sont représentés par l'involution $PQ \,.\, N_1N_2$, où la paire $N_1N_2$ divise harmoniquement $PQ$; soient $M$ et $M^*$ les points d'intersection imaginaires conjugués de $\Sigma$ et de $s$ qui sont représentés par l'involution $PQ \,.\, M_1M_2$, où la paire $M_1M_2$ divise harmoniquement $PQ$. Quand $A$ et $B$ sont les points d'intersection imaginaires de $\Sigma$ et de $p$ et quand $A^*$ et $B^*$ sont les points d'intersection imaginaires de $\Sigma$ et de $p^*$, les supporteurs réels de ces points, $a \equiv AA^*$ et $b \equiv BB^*$, passent par celui des points $Q$ et $R$, lequel, est separé des points $N_1$ et $N_2$ par les points $M_1$ et $M_2$."

---

*) Na př. Q. Vetter: „Sur la conique imaginaire générale dans le plan", Spisy vyd. přír. fak. university Karlovy, 1925, č. 32 str. 12.