Antonín Jeřábek

Kterak přikročiti k řešení pravidelného dvanáctistěnu, nejsou-li dány číselné vztahy částek pravidelného pětiúhelníka

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 31 (1902), No. 2, 156--158

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/121593`

kladní nemusí býti zároveň jednoduchými, pro barvu zelenou na př. vůbec nelze této podmínce vyhověti.

Můžeme tedy ze tří barev základních skládáním jich v rozmanitých intensitách dosáhnouti všech možných barevných odstínů.

Výsledek tento veliké jest důležitosti pro nepřímé methody *fotografie v přirozených barvách* a pro *trojbarvý tisk*. O této okolnosti stane se později ještě zmínka.

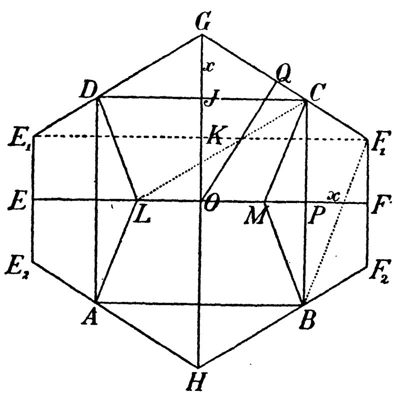
(Pokračování.)

Kterak přikročiti k řešení pravidelného dvanáctistěnu, nejsou-li dány číselné vztahy částek pravidelného pětiúhelníka.

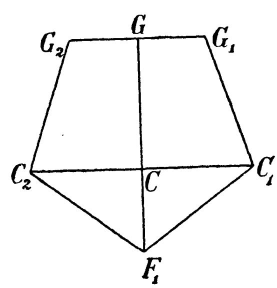
Napsal

Ant. Jeřábek.
professor c. k. akad. gymnasia v Praze.

Značiž a hranu pravidelného dvanáctistěnu, d úhlopříčku



Obr. 1.



Obr. 2.

stěny téhož, r poloměr koule témuž vepsané. Položíme-li řez dvěma protějšími rovnoběžnými hranami $E_1 E_2$ a $F_1 F_2$, bude probíhati rozpolovacími body G a H hran $G_1 G_2$ a $H_1 H_2$, taktéž protějších a rovnoběžných (obr. 1.). Na tento řez promítněme stěny dvanáctistěnu, jakož i čtverec $ABCD$.*) Protože $OG = OF$ (poloměry koule, dotýkající se hran) a

$$OJ = OP = \frac{d}{2}, \quad \text{jest} \quad GJ = FP = x.$$

Poněvadž průměty shodných částí stěny $LMCGD$ jsou si rovny, jest

$$\triangle DGC = \triangle LMC,$$

tudíž

$$\frac{dx}{2} = \frac{ad}{4},$$

odkud

(1) $$x = \frac{a}{2}.$$

Podobně

$$\triangle BCM = \triangle F_2 F_1 B$$

čili

$$\frac{d}{2}\left(\frac{d}{2} - \frac{a}{2}\right) = \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2},$$

odkud

(2) $$d = \frac{a}{2}(1 + \sqrt{5}).$$

Přihlédneme-li k obr. 2., v němž $F_1 C_1 G_1 G_2 C_2$ značí stěnu pravidelného dvanáctistěnu, jest

$$G_2 G_1 C_1 C_2 : LMCD = F_1 G : OG;$$

a píšeme-li krátce $F_1 G = v$,

$$G_2 G_1 C_1 C_2 : \frac{a+d}{2} \cdot \frac{d}{2} = v : \frac{a+d}{2}.$$

---

*) Protože body A, B, C, D jsou na kouli, a $AB \# CD (\| LM)$, jest řez, hranami AB a CD položený, rovnoběžníkem a to do kulového kruhu vepsaným, tudíž pravoúhelníkem; ježto pak $AB = BC = CD = DA = d$, jest $ABCD$ pravoúhelník rovnostranný, tedy *čtverec.*

Z toho

(3) $$G_2 G_1 C_1 C_2 = \frac{d \cdot v}{2}.$$

Podobně

$$C_2 C_1 F_1 : BCM = F_1 G : MF$$

a také

$$C_2 C_1 F_1 : \frac{d}{2}\left(\frac{d}{2} - \frac{a}{2}\right) = v : \frac{d}{2},$$

z čehož

(4) $$C_2 C_1 F_1 = \left(\frac{d}{2} - \frac{a}{2}\right) . v.$$

Sečteme-li (3) a (4), jest plocha stěny

(5) $$P_5 = \left(d - \frac{a}{2}\right) v = \frac{a}{2} . v\sqrt{5}.$$

Spustíme-li $OQ \perp GF_1$, jest

$$OQ = r \quad \text{a} \quad \triangle OGQ \sim \triangle F_1 GK,$$

odkud

$$r : OG = KF_1 : F_1 G,$$

z čehož

$$r = \frac{(d + a)^2}{4v}.$$

Odtud krychlový obsah pravidelného dvanáctistěnu

$$V = 4 P_5 . r = \frac{a}{2}(d + a)^2 . \sqrt{5} = \frac{a^3}{4}(15 + 7\sqrt{5}). *)$$

---

*) Dosadíme-li za $v = \sqrt{d^2 - \frac{a^2}{4}}$, jest

$$P_5 = \frac{a^2}{4}\sqrt{5(5 + 2\sqrt{5})} \text{ a také } r = \frac{a}{2}\sqrt{\frac{1}{10}(25 + 11\sqrt{5})},$$

kterýchžto výsledků při výpočtu V znáti netřeba.