Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

František Hoza

O relativních chybách čísel neúplných. [I.]

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 18 (1889), No. 1, 5--9

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122426

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1889

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

bezprostředně s řadou bodů intensitních do perspektivné polohy uvésti.

S výhodou lze užiti této konstrukce při oněch plochách zborcených, při nichž centrálný bod a délka parametru jednotlivých přímek jejich buď již z předu dány aneb snadno určitelny jsou, na př. při plochách konoidů, při šroubu ostrém a t. d.

O relativních chybách čísel neúplných.

Sepsal

F. Hoza,
ředitel vyšších realných škol v Hradci Králové.

1. V učebných knihách mathematických pohřešujeme téměř napořád nauku o relativních chybách čísel neúplných. Kterak nauka ta důležita jest pro počítání praktické, vysvitá odtud, že vede k jednoduchým větám o počtu spolehlivých míst ve výsledku, jehož lze dosíci početními úkony čísly neúplnými.

Známo vůbec, že počtář bývá nad míru zdržován maje vyšetřiti meznou hodnotu pro absolutní chybu dobytého výsledku. Lépe poslouží jemu několik málo vět o počtu spolehlivých míst na základě relativních chyb čísel neúplných. Tyto věty umožňují též řešení úlohy opačné: určiti totiž, na kolik spolehlivých míst sluší data úlohy početní vyvinouti, aby číslo výsledné obsahovalo určitý, napřed daný, počet spolehlivých míst.

Nauku o chybách relativních vyvinul sice už *J. A. Serret* ve svém „Traité d'Arithmétique", avšak vývody a pravidla jeho postrádají namnoze té jednoduchosti, které vyžaduje praktický počtář. Nebudeme k vůli stručnosti srovnávati poučky své s poučkami Serretovými. Soudný čtenář sám ať rozhodne, zdali jsme mu posloužili tímto novým zpracováním.

2. *Neúplná čísla desetinná* vznikají trojím spůsobem: skutečným *měřením* veličin, *krácením* čísel mnohomístých a početními *úkony* čísly neúplnými. Vzniklo-li neúplné číslo 14·263 *m* skutečným měřením, lze za to míti, že chyba v něm obsažená nepřesahuje 0·001 *m*, jestliže však povstalo skrácením čísla vícemístého, bude chyba jeho menší než 0·0005 *m*. Neboť v prvém

případě zní úplné číslo buď $14{\cdot}263a\ldots$, kdež $0 \leqq a < 10$, aneb $14{\cdot}262b\ldots$, kdež $0 \leqq b < 10$, ve druhém však případě jest $0 \leqq a < 5$ aneb $5 \leqq b < 10$.

Jestliže konečně totéž neúplné číslo povstalo početními úkony z jiných čísel dílem úplných, dílem neúplných, bude spojeno s chybou, která závisí jednak na chybách daných čísel, jednak na zvláštní povaze úkonů početních.

3. *Absolutní chybou* neúplného čísla rozumíme číslo, které sluší přičísti k číslu neúplnému, aby vzniklo číslo úplné.

Značí-li a číslo neúplné, δ jeho absolutní chybu, jest $a + \delta$ úplnou hodnotou tohoto čísla. Absolutní chyba jest kladná, je-li číslo neúplné menší než hodnota úplná, avšak záporná, je-li číslo neúplné větší než hodnota úplná. Poměrné číslo 14·263 je spojeno s absolutní chybou buď kladnou buď zápornou, avšak co do prosté hodnoty vždy menší než 0·001. Zkrácené číslo 14·263 je spojeno s absolutní chybou buď kladnou buď zápornou, avšak co do prosté hodnoty vždy menší než 0·0005.

Mez absolutní chyby jest číslo, které udává takovou prostou hodnotu absolutní chyby, které tato ani nedosáhne ani nepřevýší. Mez absolutní chyby poměrného čísla rovná se jednotce nejnižšího řádu tohoto čísla. Mez absolutní chyby zkráceného čísla rovná se 5 jednotkám řádu, jenž za nejnižším řádem tohoto čísla následuje. Značí-li a číslo neúplné, δ mez absolutní jeho chyby, jest úplné číslo vždy větší než $a - \delta$, ale menší než $a + \delta$. Výraz $a - \delta$ tvoří *spodní mez*, $a + \delta$ pak *vrchní mez* pro číslo úplné. Poměrnému číslu 14·263 náležejí meze 14·262 a 14·264; zkrácenému číslu 14·263 náležejí meze 14·2625 a 14·2635.

Jako čísla desetinná tak lze zkracovati i čísla celistvá. Číslo 5560819 lze zkrátiti na 5·6 millionů. Absolutní chyba činí $39181 < 50000$. Posledně uvedené číslo tvoří mez absolutní chyby. Úplné číslo leží v mezích 5550000 a 5650000.

4. O chybách absolutních platí tyto věty, jichž důkazy lze nalézti v obyčejných knihách učebných:

a) Mez absolutní chyby součtu rovná se součtu mezných hodnot pro absolutní chyby sčítanců.

b) Mez absolutní chyby rozdílu rovná se součtu mezných hodnot pro absolutní chyby menšence a menšitele.

c) Mez absolutní chyby součinu dvou čísel obdržíme, když každé z těchto čísel násobíme meznou hodnotou absolutní chyby druhého a povstalé součiny sečteme.

d) Mez absolutní chyby podílu dvou čísel se vypočte, když mez absolutní chyby součinu těchto čísel dělíme druhou mocninou dělitele.

První z těchto vět obstojí i tehdá, když na místo mezných hodnot dáme absolutní chyby samy. Sluší též doložiti, že meze vyplývající z pravidel uvedených lze nahraditi mezemi nižšími, když známe nejenom prosté hodnoty absolutních chyb nýbrž i jejich znaménka. Tu třeba jen algebraické hodnoty mezných chyb k číslům daným připojiti a potom úkony uložené provésti.

5. *Relativní chybou* neúplného čísla rozumíme podíl, který povstane, když absolutní chybu dělíme oným číslem neúplným. Značí-li δ absolutní chybu neúplného čísla a, jest $\frac{\delta}{a}$ relativní jeho chybou. Zkrácenému číslu 14·263 přísluší mez absolutní chyby 0·0005 a tudíž jest jeho relativní chyba menší než $\frac{5}{142630}$ a tedy menší než $\frac{5}{100000}$.

Mez relativní chyby obdržíme, když mez absolutní chyby dělíme daným číslem neúplným.

Relativní chyba je tím menší, čím více číslic dané číslo obsahuje.

6. Zkrácené číslo 3·1416 je spojeno s meznou absolutní chybou $\frac{5}{10^5}$. Násobme dané číslo 10ti a obdržíme 31·416 s meznou absolutní chybou $\frac{5}{10^4}$. V obou případech povstane však táž mez relativní chyby $\frac{5}{314160}$.

Odtud plynou věty:

a) Relativní chyba neúplného čísla se nemění, když toto číslo mocninou 10ti buď násobíme aneb dělíme.

b) Relativní chyba neúplného čísla se nemění, když posuneme desetinnou tečku až za poslední jeho spolehlivé místo na pravo.

Spolehlivým pak slove to místo, na kterém známe počet jednotek zevrubně a bez chyby. Avšak výjimku činí poslední spolehlivé místo, na kterém může absolutní chyba po případě spůsobiti zvýšení neb snížení až o celou jednotku. Za posledním místem spolehlivým následuje v pravo první místo nespolehlivé, ježto se všemi dalšími místy obyčejně vynecháváme právě proto, že se na místa ta spolehnouti nemůžeme.

7. Relativní chyba čísla 74·628 je táž, jako u čísla 74628. Dejme tomu, že všecky dané číslice jsou spolehlivy. Je-li 74628 číslem poměrným, bude absolutní chyba jeho menší než 1, je-li však zkráceným, bude absolutní jeho chyba menší než 0·5.

V prvém případě je tedy mez relativní chyby

$$\frac{1}{74628} < \frac{1}{70000},$$

ve druhém však

$$\frac{5}{746280} < \frac{5}{700000}.$$

Značí-li vůbec a první platnou číslici v levo daného čísla, n počet spolehlivých jeho číslic platných, α pak počet jednotek, které tvoří mez absolutní chyby na místě za posledním spolehlivým v pravo následujícím, jest mez $\varDelta$ pro chybu relativní určena vzorcem:

$$\varDelta = \frac{\alpha}{a \,.\, 10^n}.$$

Mez relativní chyby vyjadřuje se zlomkem, jehož čitatel udává mez absolutní chyby na prvním místě nespolehlivém, a jehož jmenovatel povstane, když ku první platné číslici připojíme tolik null, kolik spolehlivých míst dané číslo obsahuje.

Na př.

$$3{\cdot}1416, \qquad \varDelta = \frac{5}{300000}.$$

Není-li α blíže známo, sluší položiti $\alpha = 10$, načež

$$\varDelta = \frac{1}{a \,.\, 10^{n-1}}.$$

Mez relativní chyby neúplného čísla jest nanejvýš rovna jednotce dělené číslem, které obdržíme, když ku první platné *číslici připojíme tolik null, kolik ještě za ní spolehlivých míst následuje.*

Na př. $\quad 2\cdot354, \quad \Delta = \frac{1}{2000}$.

8. Z mezné hodnoty Δ chyby relativní lze naopak souditi na meznou hodnotu δ chyby absolutní. Jestliže dané číslo mezi n spolehlivými místy obsahuje n' míst celistvých, tudíž $n - n'$ míst desetinných, jest

$$\delta = \frac{\alpha}{10^{n-n'+1}},$$

$$\Delta = \frac{\alpha}{a \, . \, 10^n},$$

tedy

$$\delta = a\Delta \, . \, 10^{n'-1}.$$

Je-li na př. první platná číslice 4, počet celistvých míst 2 a mez relativní chyby $\frac{1}{1000}$, jest

$$\delta = \frac{4 \, . \, 10}{1000} = 0\cdot04,$$

pročež obsahuje dané číslo 3 spolehlivá místa.

Nemá-li dané číslo žádných platných číslic před desetinnou tečkou, posuneme prvé desetinnou tečku v pravo až za první platnou číslici. Na př. 0·0048346 buď spojeno s meznou chybou relativní $\frac{1}{1000}$. Táž relativní chyba přísluší číslu 4·8346, v němž $a = 4, \quad \Delta = \frac{1}{1000}, \quad n' = 1$, a tudíž $\delta = \frac{4}{1000} = 0\cdot004$.

Absolutní chyba původního čísla je tedy 0·000004.

(Dokončení.)

O řešení kvadratických rovnic logarithmy Gaussovými.

Podává

Dr. K. Zahradník,

professor při universitě Františka Josefa v Záhřebě.

Jak lze s prospěchem upotřebiti logarithmů Gaussových při řešení rovnic kvadratických v případě, že jsou dány loga-