

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

František Josef Studnička

Poznámka k theorii trochoid

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 1 (1872), No. 5, 252–253

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/122695>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1872

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Drobné zprávy.

Poznámka k theorii trochoid.

(Podává dr. F. J. Studnička.)

Na stránce 54. tohoto časopisu uveřejnil p. prof. F. Hoza „příspěvek k dějepisu trochoid,“ při kteréžto příležitosti jsem poznamenal, že v některém budoucím čísle připojím doplněk k theorii těchto křivek, k nimž se též vztahuje mathematická úloha 13. na str. 41. uvedená.

Vyjádříme-li půdici trochoidy AB — ob. 81. — rovnicí

$$y = f(x), \quad (1)$$

valenou křivku CDE rovnicí

$$r = F(\varphi) \quad (2)$$

a trochoidu příslušnou FI rovnicí

$$\eta = \varphi(\xi), \quad (3)$$

řeší kterou koli úlohu této theorie soustava rovnic*)

$$[\xi - x + (\eta - y)y'] \sqrt{r^2 + r'^2} + rr' \sqrt{1 + y'^2} = 0, \quad (4)$$

$$(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 = r^2, \quad (5)$$

$$\xi - x + (\eta - y)\eta' = 0, \quad (6)$$

již možná vyloučením rozdílu $(\xi - x)$ uvéstí na

$$\frac{\eta' - y'}{1 + \eta'y'} = \frac{r'}{r}, \quad (7)$$

$$(\eta - y)^2 (1 + \eta'^2) = r^2, \quad (8)$$

jichž geometrický význam jest zcela patrný.

Vzorce tyto se valně zjednoduší pro ten případ, že hledá se trochoida nějaké křivky valené na přímce.

Zvolíme-li totiž tuto přímku za osu úseček, bude

$$y = 0, \quad y' = 0,$$

načež se poslední vzorce snadno přemění v jednodušší

$$\eta' = \frac{r'}{r}, \quad (9)$$

*) Srovnej *Studničky* „Základové vyšší mathem.“ Díl III. pag. 85,

$$\eta^2(1 + \eta'^2) = r^2, \quad (10)$$

z nichž jen třeba vyloučiti pomocí rovnice (2) veličiny r a r' , aby se obdržela diferenciální rovnice hledané trochoidy.

Podobné zjednodušení možná provést pro ten případ, že se hledá půdice nějaké křivky, jejíž trochoida jest přímka.

Neb zvolíme-li i tu přímku tuto za osu úseček, bude

$$\eta = 0, \eta' = 0,$$

načež ze soustavy rovnic (7) a (8) obdržíme jednoduché vzorce

$$-y' = \frac{r'}{r}, \quad (11)$$

$$y = r, \quad (12)$$

jejichž geometrický význam jest tak patrný jako v případě předcházejícím.

O vzorci vyjadřujícím plochu trojúhelníku pomocí stran jeho.

(Podle Baltzera podává dr. F. J. Studnička.)

Značí-li a, b, c strany trojúhelníka a s poloviční obvod, est p locha jeho Δ určena vzorcem

$$\Delta^2 = s \cdot (s - a) (s - b) (s - c),$$

což ponejprv se vyskytuje ve spisech Heronových, jichž alexandrinští užívali co kompendia praktické geometrie a považovali za doplněk elementů Euklidových, jakž *Letronne* a *Martin* dokázali.

Poučka tato obsažena jest v Heronově geodaesii bez důkazu, v úplném spisu geodaetickém *περὶ διόπτρας* s důkazem, jejíž *Venturi* r. 1814 (Com. sopra le storie e le teorie dell' ottica t. 1.) uveřejnil, načež v původním znění od *Vincenta* (Notices et extraits de MS. de le bibl. impér. t. 19, II. pag. 286) a *Hultsche* (Heronis reliquiae p. 235 a Zeitschr. f. Mbth. IX. p. 225) byl uveden.

Jiný starý důkaz této poučky sdělil podlé *Pacioliho* ve své trigonometrii (p. 109 a 374) *Pfleiderer*. Důkaz tento, jejíž *Venturi* nalezl u *Leonarda Pisana* (Practica geometriae 1220;