Úlohy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 37 (1908), No. 1, 125--128

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123015

9. Čtyřboký jehlan $(abcd)\,v$ o podstavě v π protněte rovinou ϱ obsahující přímku $M \equiv pn$ v lichoběžníku $\alpha\beta\gamma\delta$, kde $\alpha\beta \parallel \gamma\delta$ a zobrazte síť komolce. [a (— 7, 7, 0), b (— 3, 8, 0), c (1, 4·5, 0), d (— 1·5, 1·5, 0), v (— 1, 5, 8); p (— 2, 10, 0), n (2, 0, 3)].

10. Rotační plocha válcová dána jest povrchovou přímkou $\overline{pm}$ a dvěma body a, b na povrchu. Omezte tuto plochu kružnicí dotýkající se prvé průmětny a kružnicí jdoucí bodem m. [m (— 1, 3, 9), p (— 9, 8, 0), a (0, 7·5, 3), b (— 1, 9, 7)].

11. Rotační kužel kolmý k půdorysně, o vrcholu v (0, 7, 6), $r = 5$, protnouti rovinou, jejíž prvá stopa svírá s osou X úhel 30°, v hyperbole rovnoosé.

12. Zobraziti minimální plochu kulovou, dotýkající se dvou mimoběžek $A \equiv \overline{ab}$, $B \equiv \overline{cd}$ a vepsati do ní rovnostranný kužel, mající svůj vrchol na přímce A. [a (— 1, 1·3, 0), b (5·5, 1·3, 10); c (— 2·3, 9, 0), d (— 2·3, 4, 10)].

13. Sestrojte plochu kulovou o poloměru r, jež dotýká se přímky $\overline{ab}$ v bodě b a má svůj střed v rovině ϱ. [a (— 7·5, 4·5, 0), b (— 2·5, 4·5, 7); $r = 5$, $\varrho \equiv mnp$; m (2, 0, 0), n (— 6, 0, 5), p (5·5, 3·5, 0)].

14. Zobrazte plochy kulové, které procházejí bodem a, dotýkají se roviny ϱ a přímky $A \equiv \overline{pt}$, v bodě t. [a (3, 2·5, 3), p (6·5, — 6·5, 0), t (0, 1, 3); ϱ (— 7, 60°, 45°)].

15. Zobrazte plochu kulovou, procházející body a, b, c, a dotýkající se přímky $P \equiv \overline{kl}$. [a (— 2, 2, 3), b (1, 8, 3), c (3, 2·5, 3); k (0·5, 6, 10), l (— 45, 9·5, 4)].

16. Stanoviti jest geometrické místo středů všech koulí jdoucích bodem a a dotýkajících se roviny ϱ a druhé průmětny. [a (— 2·5, 1·5, 4), ϱ (3, 5, — 5)].

Úlohy.

a) Z mathematiky.

Úloha 1.

Sečísti řadu

$$1.2.3.4+2.3.4.5+3.4.5.6+\ldots+n(n+1)(n+2)(n+3).$$

F.—P.

Úloha 2.

Na obvod trojúhelníka umístiti prvních devět čísel přirozené řady číselné po jednom do každého vrcholu a po dvou na každou stranu, aby součet čtverců čtyř čísel při jedné straně umístěných byl stejný pro všechny tři strany. F.—P.

Úloha 3.

Ukázati, že čísla tvaru

$$3^{4n+4} - 4^{3n+3}$$

pro celá n jsou dělitelna sedmnácti. F.—P.

Úloha 4.

Odvoditi, že číslo

$$\frac{n^3 + (n+2)^3}{4}$$

jest pro všecka celistvá n celistvé a dokonce složené. F.—P.

Úloha 5.

V trojúhelníku abc spuštěny z dvou vrcholů B, C kolmice na protější strany b, c; z pat těchto kolmic spuštěny opět kolmice na strany c, b, a konstrukce opakována pak do nekonečna. Kolmice ony omezí řadu stále se zmenšujících rovnoběžníků; ustanoviti jejich součet, dány-li v trojúhelníku základním části α, β, γ. Uč. F. Jirsák.

Úloha 6.

Sestrojiti trojúhelník pravoúhlý, jehož odvěsny procházejí dvěma danými body M, N a přepona dané délky c leží na dané přímce p. Prof. Archleb.

Úloha 7.

Sestrojiti pravoúhlý trojúhelník, je-li dán jeho jeden úhel α a centrála kruhu opsaného a vepsaného. A. Lochman.

Úloha 8.

Rozděliti lichoběžník $ABCD$ příčkou rovnoběžnou se základnou v témž poměru, v jakém jej dělí úhlopříčna.
Prof. A. Jeřábek.

Úloha 9.

Řešiti soustavu rovnic

$$\frac{\cos 2\alpha}{\cos 2\beta} = 5$$

$$tg\,(\alpha + \beta) = 2.$$

Vl. r. V. Jeřábek.

Úloha 10.

V pravoúhlém trojúhelníku svírá tížnice příslušná k přeponě s tížnicí příslušnou k odvěsně úhel 60^0; ustanoviti úhel toho trojúhelníka pravoúhlého. Uč. Fr. Jirsák.

Úloha 11.

Na ellipse ustanoviti jest bod, jehož tečna i normála jsou stejně vzdáleny od středu. Řed. A. Strnad.

Úloha 12.

Do ellipsy vepsán trojúhelník, jehož těžiště leží ve středu křivky. Kde leží střed kružnice trojúhelníku tomu opsané?
Ph. Dr. Marian Haas.

Úloha 13.

Dokázati, že kružnice opsaná kterémukoli polárnímu trojúhelníku rovnoosé hyperboly prochází též středem křivky.

*(**Poznámka.** Polárním trojúhelníkem kuželosečky nazývá se trojúhelník, jehož každá strana je polárou protějšího vrcholu vzhledem ku dané kuželosečce.)* *Týž.*

Úloha 14.

Kolmice postavená v krajním bodě M průměru MP rovnoosé hyperboly na tento průměr protíná hyperbolu v bodě N. Jak velký úhel tvoří průměr MP s reálnou osou hyperboly, je-li $\overline{MN} = \overline{MP}$? Vl. r. *V. Jeřábek.*

b) Z deskriptivní geometrie.

Úloha 1.

Z jednoho daného orthogonálného průmětu pravoúhlého rovnoběžnostěnu odvoditi druhý. *L. Č.*

Úloha 2.

Dán trojúhelník abc v rovině rovnoběžné s I. průmětnou. Zobraziti krychli dané hrany h, jejíž tři sousední stěny procházejí stranami daného trojúhelníka. Prof. *Jar. Doležal.*

Úloha 3.

Určiti plochu kulovou dotýkající se tří přímek jdoucích jedním bodem a přímky čtvrté tím bodem neprocházející.

L. Č.