Arnošt Dittrich

Pojem rychlosti v nové mechanice

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 42 (1913), No. 4, 425--431

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123032

Aby náš názor o pohybech těliska v okolí L_4, L_5 uvažovaného konkretního systému slunce-Jupiter byl úplný, představme si, že tělisko není přesně v rovině dráhy Jupiterovy a přitom blízko pohyblivého bodu L_4 neb L_5 v mezích udaných svrchu $\xi < 800.000$ *km*. Jaké oscillace pak vykonává?

Předem oscillace volné s amplitudou < 800.000 *km* a periodou dle počátečních pohybových podmínek buď $\tau_1 = 144$ let slunečních, neb $\tau_2 = 12$ let, neb obojí. Dále oscillace vynucené s amplitudou řádu excentricity dráhy Jupiterovy, t. j. asi 32,000.000 *km* a periodou oběhu Jupiterova 12 let.

Oboje oscillace dějí se v rovině $\xi\eta$. Ale dle p. 180., 414. skládají se v pohyb šroubový a to tak, že celá rovina $\xi\eta$ kývá kolem roviny dráhy Jupiterovy podél osy Z nahoru a dolů s periodou oběhu Jupiterova

$$\tau = \frac{2\pi}{\sqrt{1+\mu}} = \frac{2\pi}{\sqrt{+\frac{1}{\varrho_1^{-3}}+\frac{\mu}{\varrho_2^{-3}}}}$$

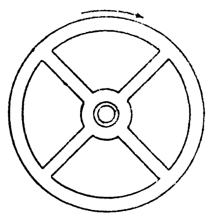
12 let.

Na konec uvažme ještě případ meteoritu v blízkosti centra L_2 systému země-slunce (Gegenschein). Zde platí zase naše formule (15^a) (16) dříve odvozené, jichž další specialisaci přenecháváme čtenáři. Jako výsledek vyjdou formule (19). Vzhledem k tomu, že je $e = 0{\cdot}006$, lze se spokojiti s první potencí excentricity, $\mu \doteq 3^{-1}\, 10^{-5}$. Pokud se týká platnosti vzorců, shledáme snadno, že sahá při přesnosti měření na $1''$ as na vzdálenost $15.\ 10^7/10^3 = 15\ .\ 10^4$ *km* od centra. Amplituda vynucených kmitů je zde asi 900.000 *km*.

Pojem rychlosti v nové mechanice.

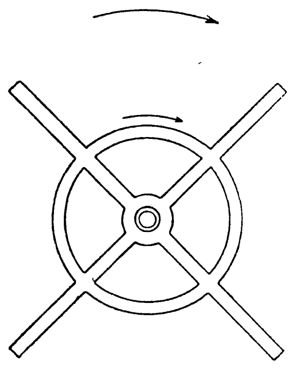
Prof. Dr. **Arnošt Dittrich** v Třeboni.

Myšlenka, že rychlost světla jest nepřekročitelnou hranicí pro všechny rychlosti hmot kol nás, jest ve sporu s názory klassické mechaniky. Existuje dokonce — dnes zapomenutý — důkaz, že pojem největší rychlosti obsahuje logický spor. Důkaz ten pochází od Leibnize*). Je schován na místě, kde by ho zajisté žádný fysik nehledal, totiž v Leibnizově rozboru ontologického důkazu jsoucnosti boží. Uvažuje tam, zda snad pojem nejrealnější bytosti není zatížen vnitřním sporem, logickou nemožností. Aby čtenáře uvedl do svých myšlenek, vezme Leibniz nejprve jiný takový pojem za příklad, totiž pojem nejrychlejšího pohybu. Vnitřní spornost (domnělou) tohoto pojmu odhaluje pak následující geometrickou úvahou: Mysleme si, že kolo, jehož loukotě mají délku *a* (viz obr. 1.), roztočíme kol pevné osy tak, že na



Obr. 1.

obvodě má předpokládanou konečnou *největší rychlost*. Kdybychom nyní loukotě o jejich délku *a* prodloužili směrem ven od osy



Obr. 2.

(viz obr. 2.), budou se konce těchto loukotí pohybovati rychlostí 2krát větší než obvod kola, t. j. 2krát větší než domnělá *největší rychlost*, čímž se ukázalo, že tato největší nebyla.

*) Znám jej prostřednictvím filosofické studie Arnolda Kovalevského o obtížných pojmech; obsahuje četné příklady mathematické.

Důkaz Leibnizův jest podnes zajímavý a zejména po objevení principu relativnosti zasluhuje trochu pozornosti. Snad bude ho dokonce použito ku potírání nové mechaniky. Dle principu relativnosti byla by rychlost světla

$$c = 300.000\ km/sec$$

nejvyšší hodnotou, kterou by obvod Leibnizova kola mohl obdržeti. Není však nikterak samozřejmo, že kolo s hmotnými loukotěmi 2krát delšími může míti tutéž angulární rychlost jako kolo původní.

Dle nové mechaniky*) jest kinetická energie hmoty m s rychlostí v dána vzorcem

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

což lze rozvinouti v řadu

$$E = mc^2 + m\frac{v^2}{2} + \frac{3}{8}m\frac{v^4}{c^2} + \dots$$

První člen jest additivní konstantou, druhý stačí pro malé rychlosti a jest proto výrazem pro kinetickou energii v klassické mechanice. Jde-li o rychlosti blízké rychlosti světla, užijeme původního vzorce. Na něm je viděti, že pro

$$v \doteq c$$

stane se

$$E = \infty .$$

Nelze tedy vůbec vyzvednouti rychlost hmoty až na rychlost světla, poněvadž na to nemáme dostatečných prostředků. Vládneme jen konečnými obnosy energie.

Úvaha Leibnizova jest krásným příkladem methody myšlenkového pokusu. Dle Macha může nám však tato vůbec posloužiti jen tam, kde máme instinktivní zkušenosti. Proto mohl Šimon Stevín r 1605 odvoditi zákon nakloněné roviny pomocí myšlenkového pokusu s kulovým řetězem kol trojúhelníku.**) Opírá se

---

*) Viz: Minkowski, Zwei Abhandlungen über die Grundgleichungen der Elektrodynamik. 1910. Str. 54.

Laue, Das Relativitätsprincip. 1911. Str. 158.

**) Mach: Die Mechanik atd. 1897. Vyd. 3. Str. 30. — Stevín náleží k mužům, kteří vybojovali národním jazykům jejich právo. Dle něho má učenec psáti ve své mateřštině, »jako činili Řekové a Římané«.

při tom o neujasněné vědění, jež každý z nás má o pohybu, tíži, silách a rovnováze. Takového vědění není o rychlostech blízkých rychlosti světla; t. j. Leibnizův důkaz pohybuje se na půdě, kde každá praemissa jest nejistá.

Po příkladu Leibnizově nebudu projednávati ihned vlastní thema, pojem rychlosti v nové mechanice; předešlu malou úvahu o pojmu temperatury. Chci upozorniti na souvislost mezi největší rychlostí a nejvyšší temperaturou.

U ideálního plynu jest vniterná energie pro m grammů

$$U = U_0 + mc_v T.$$

Veličina c_v jest specifické teplo plynu při stálém objemu. K absolutní temperatuře T mohl se plyn dostati následujícím způsobem: Mysleme si, že plyn měl původně temperaturu

$$T = 0,$$

ale za to se pohyboval stálou rychlostí v. Nyní pohyb jeho zarazíme tak, že se plyn na útraty své kinetické energie

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

ohřeje. Tím obdrží plyn temperaturu T, jež plyne z rovnice:

$$\frac{mc^2}{A\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = U_0 + mc_v T,$$

v níž A značí mechanický aequivalent tepla. Když rychlost plynu

$$v = 0,$$

jest i

$$T = 0.$$

Z toho plyne, že additivní konstanta*)

$$U_0 = \frac{mc^2}{A}.$$

*) Stran vyčíslení additivní konstanty vniterní energie viz Planck: Über neuere thermodynamische Theorien, 1912. Str. 11. a 24. Laue: Das Relativitätsprincip, 1911. Str. 152.

Dosadíme-li však za v největší přípustnou hodnotu, rychlost světla, vychází

$$T = \infty.$$

Princip relativnosti neklade tedy temperatuře horní hranici konečnou, jako rychlosti. Nelze však v tom viděti podstatného rozdílu. Mohli bychom změniti definici temperatury pomocí projektivné transformace

$$T = \frac{\Theta}{\Theta - B}.$$

Nová temperatura Θ by se měnila od 0 do B, když T jde od 0 do ∞. Obvyklá naše definice temperatury pomocí thermodynamické relace

$$dQ = T.\, dS$$

zasluhuje ovšem přednost. Každé kladné číslo může znamenati temperaturu.

Dle principu relativnosti má pohyb vliv na temperaturu. *) Kde pozorovatel provázející hmotu naměří teplotu T_0, naměří pozorovatel, pohybující se proti plynu rychlosti v, menší teplotu

$$T = T_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Na předchozí úvahu to nemá vlivu. Ochladili jsme těleso na 0 a ta zůstane 0 i při pohybu, jak lze viděti na posledním vzorci.

Ostatně by žádná theorie thermodynamická nemohla býti pokusem vyvrácena, kdyby jen tvrdila, že nejvyšší možná temperatura jest za hodnotou 25.000°. Nejvyšší temperatury, jež byly měřeny, mají žhoucí atmosféry stálic. Shledali pak Wilsing a Schreiner u λ Orionis teplotu 12.800°. Nordmann nalezl u β Persei (Algol) temperaturu 13.800°. Schwarzschild odhaduje temperaturu heliových hvězd na 25.000°, a považuje toto číslo za praktickou hranici pro astronomická měření teploty. To jest: vyšší temperatury nerozeznají se methodami spektrálně-fotometrickými od teploty 25.000°. Kdyby tedy byly důvody povahy oekonomické, kdyby se ukázalo, že obzvláště harmonická theorie thermo-

---

*) Viz: Encyklop. d. Math. Wiss. Wien, Theorie der Strahlung. 1909. Str. 343.

dynamická žádá položení horní hranice temperatur na konečnou hodnotu B, bylo by to (za dnešního stavu experimentálních prostředků) přípustno, je-li

$$B > 25.000^0.$$

Předeslal jsem tyto úvahy, abych mohl upozorniti na to, že každá veličina fysikální musí náležeti jednomu z následujících tří typů, pro něž si označení vypůjčuji u projektivné geometrie.

1. Veličina může býti *eliptická*. Příkladem jest úhel. Když úhel naroste o 360°, klesne zase na nulu, jsme zase tam, kde jsme byli.

2. Veličina může býti *parabolická*. Příkladem jest úsečka Euklidovy geometrie. Když měříme na přímce dál a dál na pravo do nekonečna, vrátíme se po době nekonečně dlouhé k východisku, ale se strany levé. Úhel se blíží veličině parabolické, když jednotku úhlovou volíme menší a menší tak, že perioda (daná dříve malým číslem 360) roste víc a více. Kdyby se stala nekonečnou, bude úhel veličinou parabolickou.

3. Veličina může býti *hyperbolická*. Příkladem jest temperatura. Neboť když vyjdu od temperatury tajícího ledu a ženu teplotu do výše dál a dál, není možno, abych se zahříváním dostal zpět k bodu mrazu, od něhož jsem vyšel. Také rychlost jest veličinou hyperbolickou. Veličiny takové x mají maximum B a minimum a. Lze pak vždy nalézti projektivnou transformaci

$$y = \frac{x - a}{B - x},$$

jíž se interval hodnot x, jdoucí od a do B, zobrazí intervalem hodnot y, jež jdou od 0 do ∞. Není to pak nic zvláštního, jestliže omylem považujeme velmi velikou hodnotu B už za nekonečnou. Netřeba se také znepokojiti nad tím, když se to později ukáže. To se právě stalo u pojmu rychlosti, kdežto u pojmu absolutní temperatury*) jsme (jak se zdá) připadli již na interval od 0 do ∞, jak jsem v této malé studii ukázal.

---

*) Kdyby temperatura měla konečnou horní hranici B, vznikly by obtíže od van der Waals-ova zákona korrespondujících stavů.

Komu nevadí, že absolutní temperatura jde od 0 do ∞, ten nemá práva, aby se pozastavoval nad tím, že rychlost jde od 0 do 300.000. Přeložení hranice z nekonečna na velmi velikou hodnotu jest skrovnou změnou proti změně charakteru veličiny, jež by nastala, kdybychom na př. tvrdili, že úsečka na přímce jest povahy hyperbolické, t. j. že bod v levo v nekonečnu nesplývá s bodem v pravo v nekonečnu.

O akustickodynamickém principu.

Napsal školní rada **František Kaňka.**

A. *Úvod.*

Můj článek „O silovém akustickém poli" [1]) již obsahuje doložení a upotřebení akustickodynamických zákonů o vzájemném působení dvou a více stejnosměrných a protisměrných polí osových. Tam jedná se již o souboru osových polí základních (elementárných) v mnohoosá, polosolenoidová, a o rozboru polosolenoidových na samá základní (elementárná) pole osová. Vyšetřování dělo se však pouze v mezích, jež připouštěla vodorovná poloha resonančních trubic. Když pak byla experimentována solenoidová pole pod uzlinou znějící sklenice[2]) a pod Chladniho deskami [3]), bylo by bývalo pro výklad výhodno, kdybych se býval mohl opírati o vzájemné působení stejnosměrných a protisměrných polí mnohoosých se svislými reson. trubicemi.

Další moje pokusy, k tomu učelu konané,[4]) zůstaly omezeny na vzájemné působení pouze dvou polí pod svislými reson. trubicemi. Poskytly sice opětně důkaz, že souvisí spojitost polí s vírnou stejnosměrností a ta s rovností kmitových fasí, kdežto že jest rozpojitost polí následkem vírné protisměrnosti a ta protivných kmitových fasí; ale nedaly se rozšířiti na vzájemné působení polí mnohoosých.

Než to se mi zdařilo později novou — níže popsanou — přiměřenou úpravou přístroje na vytváření svisle se řinoucích vírných prstenců.

[1]) Ročník 40, a 41. tohoto Časopisu.

[2]), [3]), [4]) Tamtéž roč. 41. str. 188, 191, 383.