

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Karel Zahradník

Jaké jest geometrické místo průseků tečen jedné kůželošečky s polarami bodů dotýčných vzhledem ke kůželošečce druhé?

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 1 (1872), No. 3, 146–147

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/123201>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1872

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

$$\frac{\Sigma K}{\Sigma(K:t)}$$

V uvedených svrchu příkladech jest $5^{10/13}$ měs. největší a $4^{7/8}$ nejmenší průměrná lhůta.

Že oba způsoby počítání průměrné lhůty podstatou i tenkrát se neliší, když jednotlivé jistiny dle rozličných hodnot p jsou súročitelné anebo když místo jednoduchého volí se složené úrokování, netřeba tuším připomínati, rovněž i to, že v těchto případech jinou musíme obdržeti průměrnou lhůtu, nežli v svrchu uvedených. Případy jsou tu mnohem rozmanitější a neméně zajímavé; vytknutí souvislosti výsledků nepodléhá však rovněž žádným obtížím.

Jaké jest geometrické místo průseků tečen jedné kúželoščky s polarami bodů dotyčných vzhledem ke kúželoščce druhé?

(Píše K. Zahradník.)

Rovnice jedné kúželoščky budiž

$$a_1x^2 + 2b_1xy + c_1y^2 + 2d_1x + 2e_1y + f_1 = 0 \quad (1)$$

kterouž i ve tvaru

$$(a_1x + b_1y + d_1)x + (b_1x + c_1y + e_1)y + d_1x + e_1y + f_1 = 0 \quad (2)$$

aneb krátce $K_1 = 0$ psáti můžeme.

Na této kúželoščce volme bod libovolný $m(\xi, \eta)$; i bude rovnice tečny v tomto bodě

$$(a_1x + b_1y + d_1)\xi + (b_1x + c_1y + e_1)\eta + (d_1x + e_1y + f_1) = 0 \quad (3)$$

a rovnice polary bodu m vzhledem kuželoščce druhé, jejíž $K_2 = 0$, bude

$$(a_2x + b_2y + d_2)\xi + (b_2x + c_2y + e_2)\eta + d_2x + e_2y + f_2 = 0. \quad (4)$$

Jelikož pak bod m na kuželoščce $K_1 = 0$ leží, platí o něm

$$(a_1\xi + b_1\eta + d_1)\xi + (b_1\xi + c_1\eta + e_1)\eta + d_1\xi + e_1\eta + f_1 = 0 \quad (5)$$

Vyloučíme-li z rovnic (3), (4) a (5) veličiny ξ, η , obdržíme relaci mezi x, y , průsekem to tečny a polary, neodvislou na jednotlivé poloze bodu m , hledanou to rovnicí místa geometrického.

Za tím účelem zaveďme místo

$$\begin{aligned} a_1x + b_1y + d_1 &= A_1, & b_1x + c_1y + e_1 &= B_1, & d_1x + e_1y + f_1 &= C_1 \\ a_2x + b_2y + d_2 &= A_2, & b_2x + c_2y + e_2 &= B_2, & d_2x + e_2y + f_2 &= C_2 \end{aligned}$$

Z rovnic (2) a (3) plyne

$$\xi = (B_1C_2) = (A_1B_2)$$

$$\eta = (C_1A_2) = (A_2B_2)$$

Vložíme-li tyto hodnoty do rovnice (4), obdržíme po krátké redukci

$$\begin{aligned} & a_1 (B_1C_2)^2 + 2b_1 (B_1B_2)(C_1A_2) + c_1 (C_1A_2)^2 + \\ & 2d_1 (B_1C_2)(A_1B_2) + 2e_1 (C_1A_2)(A_1B_2) + f_1 (A_1B_2)^2 = 0, \quad (6) \end{aligned}$$

čímž úloha naše řešena.