

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Jan Krejčí

Začátky matematické krystallografie [III.]

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 1 (1872), No. 3, 126–130

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/123202>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1872

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

14. **Cayley** appelle *moment de deux droites* le produit de la plus courte distance entre les deux droites par le sinus de l'angle formé par leurs directions positives. Ce moment ne change ni de valeur ni de signe, lorsqu'on intervertit l'ordre des deux droites. Il est égal à zéro, lorsque les deux droites sont placées dans un même plan; et réciproquement.

Si l'on porte sur une de deux droites un segment positif ou négatif, le produit de ce segment par le moment des deux droites reçoit le nom de *moment du segment par rapport à l'autre droite indéfinie*. Lorsque le segment est égal à l'unité, son moment sera exprimé par le même nombre que le moment des deux droites.

Voici une propriété intéressante relative à cette troisième espèce de moments:

Un système de droites finies dans un plan et leur résultante ordinaire étant donnés le moment de la résultante, par rapport à une droite arbitraire, sera égal à la somme des moments des composantes.

'Začátky mathematické krystallografie.

(Píše prof. Jan Krejčí.)

(Pokračování.)

Zobrazení krychlových plnoměrných tvarů.

41. Každý z uvedených tvarů dá se do krychle vepsati, vezme-li se pro všechny hlavní osa $= 1$. Osy r a t mají pak ve všech tvarech tu samou polohu jako v krychli, avšak jinou délku.

Zobrazení těch tvarů provede se tudíž pomocí krychle, do níž se vnesou osy a , r , t , načež se odetne na r a t ona část, která vytknutému tvaru přísluší, a konečné body takto ustanovených os přiměřeně se spojí.

Krychle sama zobrazí se nejsnadněji dle šikmého rovnoběžného průmětu, stran čehož odkázáno budiž na známá pravidla desk. geometrie.

Pro osmačtyřicetník Os s úseky na osách $a : b : c$ ustanoví

se z trojúhelníku b, o, r , v němž $(b, r) = 45^\circ$, jakž již v odstavci 31. ukázáno bylo

$$\text{tang}(a, o) = \frac{a}{b} = \frac{r \sin 45^\circ}{b - r \cos 45^\circ}, \text{ pročež}$$

$$r = \frac{a b \sqrt{2}}{a + b},$$

nebo je-li

$$b = 1, \quad a = \frac{m}{n}$$

$$r = \frac{m \sqrt{2}}{m + n}.$$

Osa t ustanoví se z trojúhelníka h, r, t , v němž jest dle odstavce 4. $\sin(r, t) = \sqrt{1/3}$, $\cos(r, t) = \sqrt{2/3}$, pročež

$$\text{tang}(h, r) = \frac{c}{r} = \frac{t \sin(r, t)}{r - t \cos(r, t)},$$

$$t = \frac{abc \sqrt{3}}{ab + bc + ac}.$$

$$\text{nebo je-li } b = 1, \quad a = \frac{m}{n}, \quad c = m$$

$$t = \frac{m \sqrt{3}}{m + n + 1}.$$

Pro *čtverouhelný čtyřmécítmík* $O_{1/m}$ jest

$$b = 1, \quad a = c = m, \text{ pročež}$$

$$r = \frac{m \sqrt{2}}{m + 1}, \quad t = \frac{m \sqrt{3}}{m + 2}.$$

Pro *osmistěnný čtyřmécítmík* O_m jest

$$a = b = 1, \quad c = m, \text{ pročež}$$

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{2}, \quad t = \frac{m \sqrt{3}}{2m + 1}.$$

Pro *krychlový čtyřmécítmík* d_n jest

$$a = n, \quad b = 1, \quad c = \frac{1}{n}, \text{ pročež}$$

$$r = \frac{n \sqrt{2}}{n + 1}, \quad t = \frac{n \sqrt{3}}{n + 1}.$$

Pro *kosočtverečný dvanáctistěn* d jest

$$a = b = 1, \quad c = \frac{1}{n}, \text{ pročež}$$

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{2}, \quad t = \frac{1}{2} \sqrt{3}.$$

Pro *pravidelný osmistěn* O jest

$$a = b = c = 1, \text{ pročež}$$

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{2}, \quad t = \frac{1}{2} \sqrt{3}.$$

Pro *krychli* h jest

$$b = 1, \quad a = c = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \text{pročež} \\ r = \sqrt{2}, \quad t = \sqrt{3}.$$

42. Krystalograf Naumann vyvinuje tvary soustavy krychlové z osmistěnu, jemuž dává známku O . Úseky na osách pro druhé tvary vyznačuje příponami, z nichž největší $= m$ klade před O a prostřední $= n$ za O , kdežto nejmenší $= 1$ vynechává.

Miller bere největší úsek $= 1$, střední $= \frac{1}{n}$, nejmenší $= \frac{1}{m}$, a klade jen jmenovatele a po případě jen počítatele těch zlomků v pořádku abc za sebou.

Naumannovy známky převedou se tedy v Millerovy, dělíme-li úseky veličinou m .

Následující přehled obsahuje porovnání těchto známek.

	Naše	Millerovy	Naumannovy
Prvotvar	h	110	$\infty O \infty$
Tvary dvá- náctičetné	d	110	∞O
	d_n	$n10$	∞O_n
	$d_{2=1}$	210	$\infty O2$
Tvary	O	111	O
osmičetné	$O\frac{1}{m}$	$m11$	mOm
	$O\frac{1}{2}=p$	211	202
	Om	$mm1$	mO
	$Os = a\frac{1}{m} b\frac{1}{n} c,$	$mn1$	$mO\frac{m}{n}$
	$r_m = a\frac{1}{m} b\frac{1}{m-1} c_1$	$m m-1 1$	$mO\frac{m}{m-1}$
	$i_m = a\frac{1}{m} b\frac{2}{m+1} c_1$	$m \frac{m+1}{2} 1$	$mO\frac{2m}{m+1}$
	$r_i = a\frac{1}{3} b\frac{1}{2} c_1$	321	$3O\frac{3}{2}$

Spojky plnoměrných krychlových tvarů.

43 Jak z krychle, tak se dají z každého jednoduchého tvaru plnoměrného vyvinouti přikrojením hran neb rohů všechny ostatní tvary.

Plochy jednotlivých tvarů zachovávají při tom tu polohu, která jim dle odvození z krychle přísluší a dají se tudíž s ohledem na opsanou krychli snadno ustanoviti.

Spojením ploch rozličných tvarů v jeden tvar povstávají tak zvané *spojky* (kombinace), jejichž počet jest nekonečný.

Uvedené vzorce rovnic stačí, jak následující příklady ukáží, k ustanovení takových mnohoplochých tvarů.

Obrazec 55. představuje tvar *Cupritu* (červené měděné rudy).

Dle polohy ustanovují se bezprostředně

h co plochy krychle

d co plochy kosočtverečného dvanáctistěnu,

o co plochy pravidelného osmistěnu,

p co plochy hranolově odrůdy čtveroúhelného čtyřmecítmíka

$$O_{1/m} = O_{1/2},$$

dn co plochy krychlového čtyřmecítmíka,

Om co plochy osmistěnného čtyřmecítmíka,

Os co plochy osmačtyřicítmíka.

Plochy dn ustanoví se z pásma p , dn , p' , v němž

$$\text{pro } dn \quad a b c = 1n0$$

$$\text{pro } p \quad a'b'c' = 121$$

$$\text{pro } p' \quad a''b''c'' = 12\overline{1}, \text{ z čehož dle vzorce 18 (neb}$$

$$19) \text{ vychází } n = 2,$$

$$\text{pročež } dn = d_2 = i.$$

Plochy Os ustanoví se z pásma d' , Os , d'' , v němž

$$\text{pro } Os \text{ jest } abc = 1mn$$

$$\text{pro } d' \text{ jest } a'b'c' = 011$$

$$\text{pro } d'' \text{ jest } a''b''c'' = 110, \text{ z čehož dle 18 (neb 19)}$$

$$\text{vychází } n = m - 1,$$

$$\text{pročež } Os = r_m.$$

K dalšímu ustanovení jest zapotřebí znáti jednu spojkovou hranu. Známe-li na př. $Os : d = D' = 160^\circ 54'$, jest dle odstavce 35.

$$\cot D' \sqrt{3} = 2m - 1,$$

$$m = 3 \text{ a tudíž } n = 2, r_m = r_i.$$

Plocha Om žádá k svému ustanovení známost jedné hrany. Známe-li $d : Om = 160^\circ 32'$, jest $\frac{1}{2}O = 160^\circ 32' - 90^\circ$ a dle odstavce 27.

$$m = \tan \frac{1}{2}O. \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$m = 2;$$

$$\text{pročež } Om = O_2.$$

Známky celého tvaru jsou tedy:

h	d	i	p	o	o_2	r_t
100	110	210	211	111	221	321
$\infty 0 \infty$	$\infty 0$	$\infty 02$	202	0	20	$30^{3/2}$

Obrazec 56. představuje tvar *Magnetitu* (železné magnetové rudy), jehož všechny plochy lze z polohy jejich bez měření hran ustanoviti.

Bezprostředně určují se plochy o , d ; pomocí pásmové rovnice plochy d_n , $0^{1/m}$, $0s$.

Plochy $0'$, $0's$, $d'n$, $0^{1/m}$, d' mají spolu rovnoběžné hrany a nacházejí se tedy v jednom pásmu, v němž

$$\text{pro } 0' \text{ jest } a'b'c' = \bar{1}11$$

$$\text{pro } d' \text{ jest } a''b''c'' = 110, \text{ z čehož vyjde}$$

$$b - a = 2c,$$

co rovnice platná pro všechny plochy toho pásma.

$$\text{Pro } 0^{1/m} \text{ jest } abc = 1m1, \text{ pročež } m = 3, 0^{1/m} = 0^{1/3}.$$

$$\text{Pro } d'_n \text{ jest } abc = 0n1, \text{ pročež } n = 2, d_n = d_2 = i.$$

$$\text{Pro } 0's \text{ jest } abc = \bar{1}mn, \text{ pročež } n = \frac{m+1}{2}, 0_s = i_m.$$

Plocha $0's$ leží však též v pásmu d'' , $0's$, $0''$, v němž

$$\text{pro } 0'' \text{ jest } a'b'c' = \bar{1}1\bar{1},$$

$$\text{pro } d'' \text{ jest } a''b''c'' = 011, \text{ z čehož vychází}$$

$$c - b = 2a.$$

$$\text{Je-li } 0's \text{ jest } abc = \bar{1}m \frac{m+1}{2}, \text{ jest}$$

$$m = 5, \quad n = 3$$

$$\text{a tedy } i_m = i_5.$$

Známky celého tvaru jsou

d	0	$0^{1/3}$	i	i_5
110	111	311	210	531.
$\infty 0$	0	303	$\infty 02$	$50^{3/3}$.

(Pokračování.)