

# Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

---

Věstník literární

*Časopis pro pěstování matematiky a fysiky*, Vol. 1 (1872), No. 1, 45–48

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/123420>

## Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1872

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## Věstník literární. \*)

**F. Joachimsthal** „*Elemente der analytischen Geometrie der Ebene*“  
II. Aufl. jest spis, kterýž zasluhuje především povšimnutí ode všech, jimž jest vyučovati mathematice ve vyšších třídách našich škol středních. Spisovatel jeho, který r. 1861 zemřel co professor matematiky na universitě v Bratislavské, znám jest svým badáním co velmi důkladný znalec věci a svým působením co velmi dobrý učitel, takže od něho se může očekávati nejlepších výsledků, spustí-li se do základních vyšetřování, jaká tuto shledáváme; a jelikož právě tento spis, jak v předmluvě se uvádí, několikrát přepracoval, takže ani sám konečného vydání se nedočkal, můžeme se napřed již spolehati, že nic nepodává bez důkladného uvážení.

Že bere se tu všude k novějším výkladům a výsledkům, není ani třeba zvláště podotýkati; uvéstí chceme toliko, že jde mnohem dále, nežli se ve spisech rázu tohoto děje, což nejlépe se pozná z obsahu hlavy IX., X. a XI., které jednají o příčkách neb přímkách transversálních, o všeobecných vlastnostech kuželosek a spojení jich s příčkami jakož i o kombinaci dvou a více kuželosek. —

Mimo to doporučujeme všem, kdož se pilněji zanášejí fysikou, aby důkladně si povšimli spisu v každém ohledu vynikajícího, jež vydali angličtí fysikové **W. Thomson** a **P. G. Tait** a jehož první část již přeložili známí němečtí učenci **H. Helmholtz** a **G. Wertheim**.

*Handbuch der theoretischen Physik*, erster Band, jakž se nazývá svazek známou firmou Viewegovou v Brunšviku elegantně vydaný, obsahuje především úvod do fysiky vůbec, počíná kinematikou, naukou o prostém pohybu, kteráž tu velmi elegantním a důmyslným způsobem jest sestavena, probírá pak zákony a základy neb principy dynamiky, přechází na to k vyšetřování fysikální zkušenosti a její důležitosti a končí stručným, avšak velmi důkladným oceněním míry vůbec a měřicích strojů zvláště.

Spůsob, jakým se tu o jednotlivých předmětech jedná, jest skoro vesměs originální a nanejvýš zajímavý, takže celý spis nazvati sluší velmi vitaným doplňkem každé literatury fysikální; němečtí překladatelové sami praví, že vyplňuje velmi citelnou mezeru literatury německé způsobem nejvýtečnějším — a tato literatura patří zajisté k nejbohatším.

Abychom aspoň jedním příkladem odůvodnili všeobecný výrok o spisu tomto pronešený, uvádíme tuto zároveň nový a jednoduchý spůsob, jakým se v něm odvozuje jedna z nejdůležitějších pouček theorie pravděpodobnosti.

Co se tkne chyb, jež možná při pozorování nějakém učiniti, o těch platí tyto základní poučky:

\*) Poněvadž v současně vydané „*třetí zprávě jednoty českých matematiků*“ obsáhlý seznam nových spisů z oboru matematiky a fysiky jest sestaven, uvádíme tentokrátě jen tři z nejdůležitějších.

a) *pravděpodobnost chyb pozitivních a negativních jest stejně veliká* — měříme-li nějakou délku, jest pravděpodobnost, že udáme méně, tak velká, jako že udáme více nežli obnáší pravá míra —;

b) *pravděpodobnost menších chyb jest větší nežli větších* — měříme-li délku několika palců, jest pravděpodobnost, že chybíme o nějakou desetinu čárky, zajisté větší nežli že chybíme o celou čárku —;

c) *pravděpodobnost velikých chyb jest o* — měříme-li délku několika palců, jest pravděpodobnost, že chybíme o celý palec, o, jelikož se tomu obyčejnou pozorností můžeme vyhnouti —;

d) *pravděpodobnost, že chyba nějaká leží mezi  $x$  a  $x + \Delta x$ , kdež lim  $\Delta x = 0$ , jest přiměřena veličině  $\Delta x$ .*

Podle toho můžeme tedy pravděpodobnost, že nějaká chyba připadá mezi  $x$  a  $x + \Delta x$ , vyjádřiti součinem

$$\varphi(x^2) \Delta x \quad (1)$$

a poněvadž každá chyba leží nutně mezi  $-\infty$  a  $+\infty$ , bude první podmínka, již musí neznámá dosud funkce  $\varphi$  vyhoviti, v tomto případě

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x^2) dx = 1, \quad (2)$$

což značí, „pravděpodobnost jest 1 neb pravda jest, že chyba připadá do těchto nekonečných mezí.“

Abychom pak ustanovili tvar funkce  $\varphi$  — a tu jeví se originálnost spisu jmenovaného —, představme si, že chceme, aby hmotný bod s nějaké výše spuštěný dopadl do určitého místa, do určité polohy. Vedeme-li touto polohou pravouhelnou soustavu souřadnicovou, bude pravděpodobnost, že dopadne do vzdálenosti od osy pořadnic, která leží mezi  $x$  a  $x + \Delta x$ ,

$$\varphi(x^2) \Delta x$$

a pravděpodobnost, že dopadne do vzdálenosti od osy úseček, která leží mezi  $y$  a  $y + \Delta y$ ,

$$\varphi(y^2) \Delta y.$$

Jelikož oba případy jsou od sebe neodvislé, bude tedy pravděpodobnost, že dopadne do elementárního obdélníku  $\Delta x \Delta y$ , součinem obou předcházejících neb

$$\varphi(x^2) \varphi(y^2) \Delta x \Delta y.$$

Položíme-li tímž bodem začátečním jinou soustavu pravouhelnou, obdržíme pro tutěž pravděpodobnost výraz

$$\varphi(x_1^2) \varphi(y_1^2) \Delta x_1 \Delta y_1,$$

z čehož jde, jelikož patrně

$$\Delta x \Delta y = \Delta x_1 \Delta y_1,$$

co funkcionální rovnice, již musí tvar funkce  $\varphi$  vyhoviti,

$$\varphi(x^2) \varphi(y^2) = \varphi(x_1^2) \varphi(y_1^2),$$

při čemž zároveň platí

$$x^2 + y^2 = x_1^2 + y_1^2.$$

Abychom tuto rovnici mohli co nejpohodlněji řešiti, položeme

$$x_1 = 0, \text{ načež bude } y_1^2 = x^2 + y^2,$$

a tudíž

$$\varphi(x^2) \varphi(y^2) = \varphi(0) \varphi(x^2 + y^2);$$

derivujeme-li pak jednou podlé  $x$  a jednou podlé  $y$ , obdržíme především

$$\varphi'(x^2) \varphi(y^2) = \varphi(0) \varphi'(x^2 + y^2),$$

$$\varphi(x^2) \varphi'(y^2) = \varphi(0) \varphi'(x^2 + y^2),$$

z čehož jde, značí-li  $a$  stálou veličinu,

$$\frac{\varphi'(x^2)}{\varphi(x^2)} = \frac{\varphi'(y^2)}{\varphi(y^2)} = a,$$

a integrujeme-li,

$$\varphi(x^2) = ce^{bx^2},$$

kdež  $b$  a  $c$  jsou stálé veličiny, jež nutno blíže určit.

Jelikož pravděpodobnost větší chyby jest menší, musí býti  $b$  negativní, za kteroužto příčinou možná položiti

$$b = -\frac{1}{h^2},$$

tak že  $h$  měří hrubost neb jemnost měření neb pozorování, načež se poslední rovnice promění v

$$\varphi(x^2) = ce^{-\frac{x^2}{h^2}}. \quad (3)$$

Dosadíme-li pak tuto hodnotu do vzorce (2), obdržíme

$$c \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{h^2}} dx = 1 = ch\sqrt{\pi},$$

z čehož jde, že hodnota integrační stálé

$$c = \frac{1}{h\sqrt{\pi}}. \quad (4)$$

Použijeme-li tedy vzorce (3) a (4), obdržíme místo výrazu (1)

$$\frac{1}{h\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{h^2}} \Delta x$$

pro pravděpodobnost, že byla při nějakém pozorování učiněna chyba  $x$ .

Máme-li tedy na zřeteli jen vzdálenost od bodu, do něhož máme narazit, aniž bychom si všímali směru, bude tu zákon chyb vyjádřen integrálem

$$\frac{1}{\pi h^2} \int_0^{2\pi} \int_r^{r+dr} e^{-\frac{r^2}{h^2}} r dr d\varphi = \frac{2}{h^2} \int_r^{r+dr} e^{-\frac{r^2}{h^2}} r dr;$$

zákon chyb vyjadřuje tedy všeobecně vzorec

$$\frac{2}{h^2} e^{-\frac{r^2}{h^2}} r dr^* \quad (5)$$

což se i potvrzuje tím, že

$$\frac{2}{h^2} \int_0^{\infty} e^{-\frac{r^2}{h^2}} r dr = 1.$$

Std.

\*) Srovnej *Navier* „Lehrbuch der Differential — und Integralrechnung“ II. Bd. pag. 422.

„Die Geschichte und die Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit“ nazývá se 58 stránkový spisek, jímž na slovo vzatý profesor fyziky na universitě naší, **E. Mach** obohatil právě literaturu fyzikální a ježž co nejvšeleji doporučujeme zejména všem profesorům fyziky k bedlivému uvážení.

Jak známo, tropí se v posledních desetiletích s rozmanitými fyzikálními principy nesmírně mnoho hluku, jako by byly magickým klíčem, kterýmž se otevírají všechny brány k tajupným základům všech nynějších i budoucích zjevů přírodních, ač nevyjadřují, když je rozložíme a na původní pojmy uvedeme, obyčejně než základní jakési pravdy dávno již v jiné formě známé.

Podobně to vypadá s principem, jemuž věnován jest spis tento.

Na širokém základě historického dokazuje tu Mach, že *učení o nezrušitelnosti práce* (síly) se nezakládá než na starém učení, že *nemožno jest práci z ničeho vypoditi* (ex nihilo fit nihil) aneb že *perpetuum mobile jest nemožné*, a dokládá, že tedy tento, krátce řečeno, axiom jest historickým základem známého vzorce\*)

$$\frac{1}{2} \Sigma mv^2 - \frac{1}{2} \Sigma mv_0^2 = \Sigma \int (X dx + Y dy + Z dz).$$

Dále dokazuje způsobem velmi duchaplným, místy i překvapujícím, že toto učení o nemožnosti stroje věčně jdoucího, které vedlo k vynalezení mnohých mechanických a později i fyzikálních pravd, nemá co dělati s mechanickým názorem do moderní fyziky uvedeným a že není než zvláštní tvar *zákonu přičinnosti*, kterým se stanoví jen *souvislost zjevů přírodních*.

Účel věd přírodních jest pak vyzpytovatí tuto souvislost všestranně.

Jakých teorií se při tom používá, jest pro *konečný* výsledek lhostejno; neb jak ku konci spisovatel praví „die Theorien sind wie dürre Blätter, welche abfallen, wenn sie den Organismus der Wissenschaft eine Zeit lang in Athem gehalten haben.“

Ku konci připojeny jsou spisu tomuto velmi zajímavé poznámky, z nichž jedna obsahuje doklad, jak i u vědě panuje smutné *cechovnictví*.

Závěrek pak činí všeobecné věty tyto:

„Wir lernen sehr bald unsere Vorstellungen von unseren Empfindungen (Wahrnehmungen) unterscheiden. Die Aufgabe der Wissenschaft kann es nun sein:

1. Die Gesetze des Zusammenhanges der Vorstellungen zu ermitteln (Psychologie).
2. Die Gesetze des Zusammenhanges der Empfindungen (Wahrnehmungen) aufzufinden (Physik).
3. Die Gesetze des Zusammenhanges der Empfindungen und Vorstellungen klar zu stellen (Psychophysik).“ Std.

\*) Co se říká významu jednotlivých písmen tohoto vzorce, viz *H. Laurent* „Traité de Mécanique rationelle“, Paris 1867. Těme II. pag. 20. neb *Duhamel* „Lehrbuch der analytischen Mechanik“ deutsch von Schlömilch, Leipzig 1858. II. Bd. pag. 97.