

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Jan Vyšín

Mezinárodní kolokvium UNESCO o vyučování matematice na středních a vysokých školách

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 14 (1969), No. 5, 227--237

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/138915>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1969

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

MEZINÁRODNÍ KOLOKVIUM UNESCO O VYUČOVÁNÍ MATEMATICE NA STŘEDNÍCH A VYSOKÝCH ŠKOLÁCH

JAN VYŠÍN, Praha

Můj článek se týká mezinárodního kolokvia UNESCO o vyučování matematice na středních a vysokých školách evropských států, které se konalo od 23. září do 2. října 1968 v Bukurešti a jehož se zúčastnilo přes 30 delegátů téměř ze všech evropských států. Čs. účastníci byli dva: dr. KAREL WINKELBAUER, sekretář Čs. kybernetické společnosti, a autor tohoto článku.

Bukureštské kolokvium bylo jednou z četných akcí tohoto druhu, které v uplynulých 15 letech pořádaly hlavně tyto organizace: UNESCO, Mezinárodní komise pro vyučování matematice (angl. zkratka ICMI, francouzská CIEM), což je komise Mezinárodní matematické společnosti, dále Mezinárodní společnost pro zlepšení výuky matematice, zkratka CIAEM, Společnost pro hospodářskou spolupráci evropských zemí, zkratka OECE aj. Do tohoto výčtu ovšem nepočítám akce mimo-evropské, zejména americké; jak známo, Spojené státy severoamerické byly první zemí, která se začala zabývat modernizováním výuky matematice, a to už téměř před 20 lety.

Je třeba říci hned na počátku, že rumunští pořadatelé si při organizování kolokvia stanovili úkol příliš velký, který nebylo možné zvládnout v necelých deseti dnech. Tak se stalo, že většina jednání se soustředila na vyučování na středních školách (enseignement secondaire), čímž se běžně rozumí vyučování na výběrových všeobecně vzdělávacích školách pro věkové rozmezí 11 až 18 let. O vysokoškolském vyučování se hovořilo hlavně jen, pokud se týkalo přípravy středoškolských učitelů matematiky.

Závěry a doporučení bukureštského kolokvia byly zformulovány v souhlase se čtyřmi hlavními tématy jednání do těchto čtyř bodů:

1. Obecné (motivační) úvahy.
2. Principy a metody vyučování.
3. Vzdělávání učitelů.
4. Mezinárodní spolupráce.

V tomto článku budu komentovat, zdůrazním a vysvětlím některé pasáže z Usnesení, která v podstatě obsahují nejvýznamnější myšlenky z přednesených 40 referátů*); zároveň uvedu několik zajímavostí z rozsáhlé diskuse, která se kolem referátů rozvinula. Dále stručně popíši pokus o rekonstrukci vyučování matematice, který probí-

*) Překlad Usnesení byl publikován v časopise *Matematika ve škole*, roč. 1968/69, číslo 6.

há na holandských školách, a na závěr budu konfrontovat zahraniční modernizační proudy s tím, co se děje v této oblasti v našem státě. Netajím se, že bych tím rád ovlivnil „veřejné mínění“, tj. pracovníky naší školské správy a širší okruh učitelů matematiky.

Tedy předně: místo ustupujícího termínu „modernizace vyučování matematice“ se stále častěji objevuje termín „obnova (renouveau)“ nebo ještě výstižněji „rekonstrukce vyučování matematice“; podle slov předsedy ICMI prof. FREUDENTHALA jde totiž spíše o *moderní vyučování matematice* než o *vyučování moderní matematice*. Tím chceme říci, že tzv. moderní matematika je věc příliš komplikovaná, než aby se jí mohlo v její podstatě učit na středních školách; naproti tomu její elementy a její metody (např. tzv. množinový jazyk matematiky — jak říká známý bourbakista prof. DIEUDONNÉ) se musí stát osou obnovené výuky. Místo dogmatického vyučování by měly nastoupit činnosti; žáci nesmějí dostávat matematiku „hotovou“, ale musí být vedeni k tomu, aby se jí naučili tvořit (FREUDENTHAL). K tomu se ještě vrátíme, až budeme hovořit o aplikacích matematiky. Obsah osnov se tedy musí *aspoň částečně* podřídit důležité otázce vyučovacích metod; to by si měli uvědomit zejména všichni ti školští pracovníci, kteří sestavují zastaralým stylem učební plány i osnovy a stále se dohadují o počtech hodin a jednotlivých tématech osnovy.

Princip nových vyučovacích metod by měl být podle formulace prof. FREUDENTHALA asi tento: musíme vycházet z reálných situací, z nich sestavovat modely, které se dají matematizovat a matematizované modely pak zpracovat. Budeme-li postupovat tímto způsobem, budeme učit žáka matematice, *kteřá se dá aplikovat*. Až dosud tomu tak na středních školách nebylo. Tendence učit tzv. aplikované matematice (sám tento název je podle prof. REVUZE nesmyslný) povedou určitě na scestí. Učitelé přírodovědných (ale i jiných předmětů) se sice setkávají velmi často s reálnými situacemi, které je možno a třeba matematizovat, ale obvykle postupují povrchně a příliš rychle (SERVAIS). Beze sporu potřebujeme jednoduché věci, abychom na střední škole ospravedlnili matematiku, tj. abychom na konkrétních ukázkách předvedli její nepostradatelnost v současném životě (TEODORESCU). Rozhodně však přitom nesmíme rozumět matematikou jen to, co říká archaická definice Engelseva. Dále musíme uvážit, že jiné obory než technické a přírodovědné — o nichž je řeč např. v Závěrech kolokvia — poskytují mnohem více situací vhodných pro matematizování na střední škole než fyzika a technika.

Uvedme tři příklady matematizace situací. Ukážeme žákům, že třeba řešení současných úloh z několika časopisů, zasílaná žáky redakcím, lze evidovat obdobným způsobem, jako lze formulovat určité situace z výroby, dopravy, geometrie apod. Vypracují se tím modely, které při důsledném využití vedou k *maticovým zápisům a výpočtům*. Vystoupí tak důležitý princip, který lze ovšem na základě dalších zkušeností dále zobecňovat, a tak postupovat krok za krokem v budování pojmu algebraické struktury. Je samozřejmé, že žáci budou nejprve užívat svých individuálních schémat a způsobů vyjádřování, které však dobře poučení učitelé budou převádět postupně v schémata a formulace standardní. Jde tu o skutečnou matematickou

laboratoř, v níž nesmíme žákům nic oktrojovat, ale v níž je můžeme jen usměrňovat a *přesvědčovat* o výhodnosti tohoto postupu. Při postupném zobecňování a abstrahování vzniká pedagogicky příznivá situace, neboť se žáci přesvědčí, že *mohou zapomenout některé věci*, kterým se dřív naučili, a uchovávat si v paměti jen obecnější principy; o tom se ještě zmíníme při výkladu o axiomatizaci.

Jiný příklad: Je řada kriminalistických situací — atraktivních nejen pro děti, ale i pro dospělé, v nichž má policie z daných údajů zjistit pachatele nebo aspoň zúžit okruh podezřelých osob. Např. jsou k dispozici takovéto údaje: Měl-li zločinec spolupachatele, přijel autem. Zločinec buď neměl spolupachatele a neměl klíč od bytu nebo měl spolupachatele a měl klíč od bytu. Prokázalo se, že zločinec měl klíč od bytu. Zde jde o konstrukci jistých závěrů, jde o situaci matematizovatelnou pomocí elementů matematické logiky. Vzpomeňte na dobře známé úlohy zvané „zebra“. Přitom se dostáváme do oblasti dvojhodnotových funkcí, Vennových diagramů, a tzv. logických cvičení Lewise Carrola. Pokusy tohoto druhu dělal na lyceu Rodin v Paříži s 11letými žáky prof. ROUMANET, který se také zúčastnil bukureštského kolokvia.

Třetí příklad: Prof. STEINER z Münsteru (NSR) se zabývá systematicky matematizací reálných situací na středoškolské úrovni a dochází přitom až k axiomatické výstavbě; uveřejnil o tom již několik prací, z nichž jednu — týkající se situace politickoprávní tzv. *hlasovacích množin* jsem přeložil (překlad rozmnožil Jihočeský krajský pedagogický ústav).

Dovedu si živě představit, jak nad takovýmto pojetím matematiky lámou hůl konzervativní živly školské i neškolské. Při tomto stylu vyučování matematice se žáci „nenaučí počítat“. Tak obyčejně bývá stručně formulována příslušná dosti naivní námitka.

Můžeme prohlásit s plnou odpovědností, že při obnově či přestavbě či modernizaci vyučování matematice není záměrem ani pokládat obsah za *zcela podružný* a zcela podřízený jakémusi formálnímu vzdělání ani úplně zavrhnout tradiční matematiku a nahradit ji něčím jiným; chceme ji jen zbavit zbytečného balastu (MOISIL). Není také záměrem vymýtít ze školské matematiky všechny prvky početní a grafické rutiny; naopak, chceme je posílit, zekonomizovat, postavit na inteligentnější a modernější základ a zaměřit je asi v tom smyslu, kam směřuje algoritmická matematika, tj. chceme připravit lépe půdu pro moderní numerickou matematiku, např. pro všestranné využití samočinných počítačů.

Z celého jednání bukureštského kolokvia bylo jasně vidět, že jde o *integraci* nejen vědecké, ale i školské matematiky; to znamená, že je třeba ji zbavit zastaralé roztržitosti v jednotlivé složky (aritmetika, algebra, geometrie atd.), že je třeba zdůraznit její principy a její kooperaci s ostatními předměty, zejména přírodovědnými; až dosud se totiž tato kooperace nepohnula vpřed (REVUZ).

Tradiční výuku, tj. tradiční vyučování tradiční matematice, jsme přežili, byť i s velkými škodami (PAPY) a musíme usilovat o něco plodnějšího. Domníváme se, že

především je potřeba si uvědomit, co je *matematická složka všeobecného vzdělání na středoškolské úrovni*, a to v současnosti i v blízké budoucnosti. Matematici, učitelé matematiky, technici, přírodovědci, psychologové a pedagogové, kteří se touto otázkou budou zabývat, budou musit uvážit řadu různých okolností: např. že postavení matematiky se v současné kultuře i civilizaci podstatně změnilo, že vývoj společnosti bude pravděpodobně vyžadovat, aby člověk byl už svým všeobecným vzděláním přizpůsoben eventuální nutnosti měnit během aktivní periody svého života třeba i několikrát své povolání. Jde o velmi složitý komplex otázek; jemu je věnován i článek v listopadovém čísle Vesmíru, který jsem napsal na požádání redakce a který se jmenuje: (Vesmír 1968, čís. 11) Boj, který začíná.

Na bukureštském kolokviu se hovořilo velmi intenzivně o aplikacích matematiky. V tomto směru jsem pozoroval značnou změnu proti budapeštskému sympoziu před 6 roky. Připomínám znovu devizu prof. Freudenthala, že *matematice se má učit tak, aby ji bylo možno aplikovat*. Chtěl bych připomenout v této souvislosti i hlas rumunského akademika JACOBA, který hovořil o staré francouzské tradici včlenění mechaniky do matematiky; to se projevuje na venek existencí matematicko-mechanických fakult na některých universitách (např. Paříž, Moskva, Leningrad). V Rumunsku byl učiněn podobný pokus i ve 4. ročníku lyceí; i když asi moderní fyzikové budou mít četné námitky, stojí věc za to, abychom společně uvažovali o tomto fyzikálním modelu mnoha matematických teorií, který může pomoci při spojení matematiky s realitou (TEODORESCU).

Několik referátů nebo částí referátů i diskusních příspěvků se týkalo *axiomatizace školské matematiky*. Axiomatika je jedním z největších objevů 20. století a je klíčem k moderní teorii vyučování (PAPY). Pokusy ukazují, že axiomatika není velkým problémem na školách (KRYGOWSKA). Lze axiomatizovat i matematiku pro 12leté děti; to však předpokládá dostatečnou zásobu představ a modelů. Aby dítě pochopilo pojem psa, musí vidět třeba tisíc psů; obdobně tomu je třeba s pojmem grupy (PAPY). Žáci přijmou axiomatizaci, jestliže se přesvědčí, že je to pohodlí a nikoli abstraktní hříčka (PAPY). Mělo by se začínat pozvolným přechodem od intuice k dedukci, tj. k místnímu pořádku poznatků (STEINER); přitom důkazy vět mají být pro žáky spíše cvičeními. Situace, do níž se děti naším přičiněním dostávají, je vlastně takováto: máme zásobu příkladů a hledáme ekonomické myšlení (PAPY). Jak je tedy patrné z uvedených myšlenek, musí axiomatizace vyplynout zcela přirozeně jako výsledek úsilí o hospodárnou a efektivní práci. Proto se prof. PAPY domnívá, že je záhodno axiomatizovat jen rozsáhlejší úseky látky.

V Závěrech a doporučeních kolokvia najdeme několik stručných, ale velmi významných vět o disciplíně nazývané různě: didaktika matematiky, pedagogika matematiky, metodika vyučování matematice nebo teorie vyučování matematice. Tento poslední název, kterého se užívá u nás, se nám zdá nejvýstižnější. Název je však věc nepodstatná; důležitější je skutečnost, že na *mezinárodním fóru byla poprvé oficiálně uznána tato disciplína za vědeckou matematickou disciplínu*, že toto uznání bylo pojato do Usnesení kolokvia a že se apeluje na vysoké školy, aby udílely i nejvyšší akade-

mické hodnosti v této disciplíně. Toto doporučení je plně odůvodněné: musíme si uvědomit, že komplikovanost moderního vyučování matematice skutečně vyžaduje nejen dosti hluboké a hlavně všestranné matematické vzdělání, ale i ono specifické uzpůsobení učitele k tomu, aby dovedl matematizovat realitu, dovedl vytvářet a vyhledávat vhodný matematický aparát a ovládat dosti široké pole aplikací. Tato koncepce učitelského vzdělání pro kteroukoli věkovou úroveň žáků vyžaduje bez sporu vytvoření samostatné vědecké disciplíny. Jisté je také, že oficiální uznání vědecké práce v teorii vyučování matematice učiní tuto disciplínu atraktivnější pro mladé pracovníky.

Je však třeba si uvědomit, že didaktika matematiky se nestane vědeckou disciplínou sebe honosnějšími proklamacemi. K tomu je třeba usilovné práce, výměny informací a znalosti pramenů. Proto právem tvrdí prof. STEINER, že budeme-li říkat stále totéž, bude „didaktika matematiky na téže úrovni jako ostatní didaktiky“. Z téhož důvodu právem požaduje, aby se založila mezinárodní bibliotéka didaktiky matematiky. Mezi pracemi z teorie vyučování matematice by mělo být na předním místě *práce z didaktiky matematiky situací* (SERVAIS). Bohužel se na kolokviu hovořilo velmi málo o didaktice řešení matematických úloh (říkám raději didaktice než metodice, která někdy bývá chápána příliš úzce jako pouhé receptaření) a problémovém vyučování, které s ní těsně souvisí.

Pasáž Usnesení o teorii vyučování matematice by měly dobře zvážit zejména ty univerzitní fakulty a instituce, které se zabývají vzděláváním učitelů.

Mohli bychom nyní snadno přejít k důležitém tématu vzdělávání učitelů, je však třeba zmínit se ještě o hesle „moderní technika do škol“, které se také objevilo na programu kolokvia. Mezi jeho účastníky byl i francouzský odborník J. DONIO, ředitel výzkumného ústavu IRIA (Institut de recherches d'informatique a d'automatique). J. DONIO referoval o možnostech využití samočinných počítačů ve vyučování matematice, které podstatně ovlivní vyučovací nebo lépe řečeno učící metody. Z jeho výkladu uvedeme jen několik výňatků: Ve Stanfordu v Kalifornii užívají stroje přizpůsobené k vytváření grafických znázornění. Žák kreslí v jedné soustavě souřadnic vzorový útvar, samočinný počítač vypočítává souřadnice obrazů jednotlivých bodů v daném zobrazení a kreslí obraz v druhé soustavě. Tím se zkrátí žákova práce trvající hodiny na několik vteřin; cenné je zejména studium změn způsobených změnou parametru daného útvaru nebo daného zobrazení. V Toulouse se řeší pomocí stroje problémy z matematické logiky, a to v souvislosti s programováním. Učitel dá téma, žáci sestaví malý program, počítač opraví logické chyby a komentuje je. Vůbec spolupráce člověka-učitele a stroje-učitele se rozvíjí mnoha způsoby: Buď učitel učí a počítač experimentuje, demonstruje, konkretizuje, motivuje, trénuje. Nebo stroj učí (hlavně řešit úlohy) a při nezdaru, kdy žák nepochopí úlohu, zavolá učitele, aby žákovi individuálně pomohl. Učící stroje zbavují učitele dřiny a přibližují škole ideál individuálního vyučování. Obtíže jsou hlavně technicko-ekonomického rázu: v budoucnosti se počítá s tím, že velká centra budou mít velké počítače a přenosy do učeben se budou uskutečňovat televizí.

Nyní se obrátím k tématu velmi konkrétnímu. Uvedu v stručném výtahu referát prof. FREUDENTHALA, který popsal pokus na holandských školách v doškolování učitelů matematiky. Předně musíme popsat stručně strukturu holandského školství; jsou tu tři typy škol:

- I. Elementární (národní) škola pro žáky 6—12leté.
- IIa. Akademická střední škola zvaná lyceum o 5 až 6 ročnících, poskytující přípravu pro vysokoškolské studium.
- IIb. Neakademická střední škola o 3 až 4 ročnících, poskytující další všeobecné nebo odborné vzdělání.
- III. Vysoká škola.

V roce 1961 byla zřízena *Státní komise pro zlepšení výuky na středních školách*; skládala se původně z 10 universitních profesorů, z 2 inspektorů, z 3 učitelů středních škol, z 1 vědeckého pracovníka a ze 2 pedagogů. Tato komise vytvořila některé subkomise, zejména v r. 1968, kdy v srpnu holandské ministerstvo školství vydalo nový školský zákon a žádalo, aby do září byly vypracovány nové osnovy. Úkol byl sice „splněn“, ale je třeba podotknout, že holandské osnovy jsou tradičně velmi rámcové a neobsahují žádné komentáře o metodách výuky.

Státní komise připravila výzkum na akademických středních školách, který měl rozřešit tyto otázky:

- a) Jaká témata zařadit do pokusných tříd a jak přizpůsobit osnovy a zkoušky.
- b) Jak informovat profesory lyceí o moderním vývoji matematiky.
- c) Jak sestavit programy pro zvlášť nadané žáky.

Stručný přehled pokusů v letech 1965 až 1968, při nichž se měnily obsah i metody, je tento:

- 1965/66 1. Na 10 školách (1150 žáků) se zkoušela geometrie v 1. ročníku na podkladě grup zobrazení, ale intuitivně.
- 2. Na 7 jiných školách (220 žáků) se zkoušely počátky matematické analýzy v předposledním ročníku.
- Osnova tohoto kursu se zpracovávala „za pochodu“.
- 1966/67 3. Pokus 1. se opakoval na 10 školách (1500 žáků).
- 4. Pokus 2. pokračoval v nejvyšším ročníku (40 žáků) a změnila se i tematika maturitní zkoušky.
- 5. Na 6 školách (300 žáků) se zahájil ve vyšších třídách pokus s vektorovou algebrou (lineární útvary), která tu nahradila klasickou analytickou geometrii a stereometrii.
- 6. V 9 školách (1050 žáků) se zahájil v prvních a druhých ročnících pokus v moderní algebře (množiny, relace, logika).
- 1967/68 7. Na 10 školách pokračoval pokus s geometrií ve druhých ročnících.
- 8. Pokračoval pokus v matematické analýze.
- 9. Pokračoval a opakoval se pokus s vektorovou algebrou, která se stala i tématem maturitní zkoušky.

10. Pokračoval a opakoval se pokus s algebrou v nižších ročnících (1600 žáků).

1968/69 V tomto školním roce se provedou na několika školách pokusy se změněnými osnovami.

Pak bude třeba odpovědět na otázku, zda se dosáhlo zlepšení. To nebude možné ihned; bude sice možné posoudit výsledky studia, ale nikoli jeho vliv na další studium a na uplatnění absolventů ve společnosti. Učebnice pro modernizovanou výuku nejsou dosud hotovy, ale zpracovávají se.

Perspektivy další práce: pokusy se až dosud týkaly lyceí a gymnasií, nyní se komise hodlá zabývat průmyslovými středními školami i jinými odbornými školami (jejichž absolventi jsou určeni pro administrativu). Dalším jejím oborem působnosti jsou elementární školy. Komise se rozrostla a má řadu subkomisí. Z nich nejvýznamnější je subkomise pro vzdělání učitelů. Pro zajímavost uvádím, že v Holandsku dříve vlastně učitelé lyceí neměli vysokoškolské vzdělání v pravém slova smyslu. Byly pro ně sice předepsány zkoušky s příslušnými zkušebními požadavky, ale nebyla instituce, která by kandidáty připravovala, neboť university se tomuto úkolu nevěnovaly. Zkušební požadavky zůstávaly beze změny od r. 1871 až do r. 1958. Jen učitelé elementárních škol se připravovali na *Écoles normales*.

Subkomise pro vzdělání učitelů začala pracovat již v r. 1961, kdy vypracovala plán, který hned po schválení počala realizovat. Byly zavedeny dvě formy školení: školení skládající se ze dvou 5denních kursů (v srpnu/září a lednu); druhá forma, zavedená v r. 1968, se skládá z celoročního kursu vždy ve čtvrtek a v sobotu. Každý z pětidenních kursů dříve uvedených měl jediné téma, při celoročním kursu (čtvrtek, sobota) je určitému tématu vyměřen určitý počet lekcí. Tak např. kurs v září 1964 byl věnován topologii, kurs v září 1965 grupovému pojetí geometrie, 20 lekcí r. 1965 a 1966 bylo věnováno moderní algebře apod.

Hlavní důraz při každém školení se klade na aktivitu účastníků. Účast je dobrovolná, výlohy jim platí stát, povolení dávají ředitelé. Jednotlivá soustředění vedou univerzitní profesori; denní program zahrnuje 2 1/2 hod. přednášky a 2 až 3 hodiny cvičení, která vedou asistenti. Náplň kursu byla jen odborná, metodické zpracování bylo ponecháno učitelům. Nová koncepce (od r. 1968) však počítá i s didaktickými cvičeními. Druhá forma (celoročních seminářů) je určena pro učitele neakademických středních škol a lektory; jsou to hlavně učitelé lyceí.

Snad ještě stojí za zmínku, že komise spolupracuje s pedagogickými ústavy, s inspektory a s ostatními komisemi pro modernizaci (např. fyziky). Práce je mnoho, nelze ji zvládnout jen s dobrovolnými pracovníky. Ukazuje se, že *je třeba založit ústav*, který by se profesionálně zabýval školením učitelů. O rozsáhlosti práce svědčí, že roční rozpočet komise je nyní asi 667 000 holandských zlatých.

Uvedl jsem tento nástin proto, abych ukázal, že i v jiných zemích se potkává modernizace s obdobnými obtížemi jako u nás. Co však je rys sympatický a poučný pro naše počínání, je *snaha připravit učitele matematiky pro obnovu vyučování s do-*

statečným předstihem. Tím se zřejmě celá věc značně urychlí a není třeba dlouhých desetiletí, aby nové ideje se rozšířily na všechny školy.

Další pozoruhodné principy vtělené do Usnesení kolokvia jsou tyto: Učitel musí mít určitou svobodu ve své práci, zejména např. volnost volby metod a možnost jiného uspořádání témat; tato svoboda ovšem předpokládá, že jeho matematicko-pedagogická erudice je na výši. Učitel se musí nepřetržitě dále vzdělávat, má-li jeho práce být na výši doby; zejména musí rozšiřovat okruh svých znalostí aplikací matematiky. To ovšem vyžaduje dosti času; tento čas by mu měl být započítáván do jeho úvazku.

Další doporučení jsou adresována universitám a ústavům, které řídí modernizaci. Příslušné fakulty universit by neměly zapomínat, že jedním z jejich nejodpovědnějších úkolů je příprava učitelů matematiky; ústavy pro modernizaci i matematické společnosti by měly organizovat v míře co největší výměnu učitelů experimentátorů jak ve své zemi, tak i se zahraničím.

Ale opusťme opět věci převážně organizační a vraťme se k matematice a zároveň k našim poměrům. Známy belgický průkopník obnovy vyučování prof. PAPPY přednášel v listopadu 1967 na konferenci Arbeitsgemeinschaft für Forschung des Landes Nordrhein-Westfalen v Düsseldorfu o vlivu výzkumu na vyučování matematice; některé myšlenky z této své přednášky připomenul na bukureštském sympoziu. Pokusme se konfrontovat to, co se u nás děje v oblasti obnovy výuky matematiky, s ideami prof. PAPPYHO.

Snad všem čtenářům je známo, že v naší republice probíhá systematický pokus, který počal před pěti roky na třech experimentálních základních devítiletých školách v Praze, Brně a Bratislavě; mimo to se rozbíhá pokus v témže pojetí na další základní škole v Praze a provádí se řada sondáží. Sondy na devítiletkách provádí také Výzkumný ústav pedagogický v Praze, sondy na některých středních školách vede s. ŠEDIVÝ; tato činnost náleží také k práci na státním úkolu X-17-2/3, na němž pracuje skupina řízená prof. HRUŠOU. Až dosud byly práce na tomto státním úkolu koordinovány Kabinetem pro modernizaci pro vyučování matematice a fyzice; je pravděpodobné, že v nejbližší době dojde k podstatným organizačním změnám.*)

V citované přednášce říká prof. PAPPY, že nové objevy vyvolávají nové problémy distribuční; to platí v matematice právě tak jako v ekonomii. Kolem r. 1930 byla nadprodukce potravin; reakční národohospodáři a politikové raději výrobky ničili, než aby je distribuovali. Není obdobná situace ve školství? Je tajným, někdy i zjevným přáním konzervativních učitelů, kteří chtějí žákům „distribuovat“ matematiku minulosti (o níž se domnívají, že ji znají), aby moderní vyučování matematice bylo raději likvidováno, přesto, že teprve vyučování dává matematice společenský dosah.

Po dva tisíc let se říká, že školské matematice se může naučit jen poměrně malé procento lidí. Proč dnes toto tvrzení neplatí? Protože mnohé dnešní využití matematiky je blíže lidským činnostem, lidskému myšlení a zájmům, než tomu bylo u tradiční

*) Již se stalo zřízením samostatného Kabinetu pro modernizaci matematiky.

matematiky. Myslím, že naše dosavadní skromné československé pokusy tuto zkušenost plně potvrzují.

A ještě jedna důležitá okolnost, která se týká učitelů a jejich vzdělání: Kdysi, když klasické jazyky byly středem humanitního vzdělání, byla pedagogika tlačena společností k tomu, aby řešila problémy vyučování např. latinské gramaticy. Dnes je tomu obdobně s matematikou; proto vznikla disciplína zvaná teorie vyučování matematice. Myslím, že my všichni, kteří se u nás zabýváme přípravou učitelů pro modernizované vyučování, dáme těmto slovům za pravdu.

Vynikající francouzský matematik CHOQUET říká, že současná matematika se zabývá tzv. strukturami algebraickými, topologickými i smíšenými. Jednoduchým příkladem algebraické struktury je např. grupa, jednoduchým příkladem topologické struktury je např. metrický prostor. CHOQUET nazývá struktury *strojovým aparátem matematiky*, která opouští období ‚manufaktury‘ a industrializuje se. Tvůrčí matematikové si ilustrují různé struktury na tradičním materiálu, např. aritmetickém. Na škole by se tento postup mohl nazvat extrapolací tradiční výuky. V dnešní škole by však byl takový postup přepychem: struktury naopak mají být motorem studia. Strojový aparát, k němuž se děti samy dopracují, jim má sloužit k řešení úloh, které dříve řešit neuměly a o tom se mohou samy téměř hmatatelně přesvědčit. Zdánlivá abstraktnost tohoto aparátu není na závadu, neboť modernizovaná výuka obsahuje jakousi vnitřní pedagogiku.

Domnívám se, že naše dosavadní pokusy plně souhlasí s tím, co jsem právě uvedl. Tak např. klíčové postavení pojmů relace, zobrazení a binární operace v našich pokusech na základních devítiletých školách přispělo beze sporu značně k integraci učiva a ekonomii výuky.

Podle citátu prof. PAPHO ředitel Výzkumného ústavu Bellova POLLAK upozornil, že tradiční kurzy matematiky pokrývají jen asi 5% současných potřeb jejich aplikací. Musíme si všimnout věcí, které jsou jádrem: žáci si musí zvykat na jisté myšlenkové pochody, které mají trvalou a velmi obecnou hodnotu (uvažme jen eventuální nutnost změny jejich budoucího povolání během aktivní periody jejich života). Úkolem učitele přitom je ‚*nechat žáky se učit*‘ (a ovšem je vést), resp. učit je učit se a nikoli vyučovat ve starém smyslu toho slova.

Myslím, že naše koncepce organizace práce ve skupinách, řešení přípravných úloh rozmanitost tematiky úloh, motivační úlohy, impulsy k samostatné volbě metod řešení jsou ve shodě s těmito zásadami. Jsme ovšem v tomto směru velmi mnoho dlužní. Uvažte však, že celý náš dosavadní pokus je v podstatě jen rozsáhlou sondou, která zasáhla jen nepatrné procento žáků základních škol, a kterou musíme pronikavě přepracovat, že jsme dosud vůbec nevyužili nesmírných možností, které nám poskytují školy II. cyklu.*)

Prof. PAPHY se zamýšlí ve svém referátě i nad obtížemi, které vznikají v počátcích tradičního vyučování, a to zejména v geometrii. Podle jeho mínění tyto potíže jsou

*) Také v tomto směru se situace mění počínaje školním rokem 1969/70.

způsobovány hlavně různými stupni přesnosti, které od žáků *současně* vyžadujeme. Tak např. v geometrii *zároveň* přijímáme některé jednoduché poznatky z názoru a *zároveň* se snažíme jiné stejně jednoduché poznatky přesně dokázat. To děti nechápou. Není pravda, že děti ve věku pod 10 let nejsou schopny přesně usuzovat. Chyby logického rázu, které vznikají v tradiční výuce, mají podle prof. PΑΡΥΗO čtvero příčin:

- a) Žáci nezvládli situaci, o niž jde.
- b) Situace je příliš složitá (popř. abstraktní).
- c) Logická struktura situace není jasná.
- d) Žákům chybí motiv pro dokazování.

Na začátku se má dokazovat jen tehdy, kdy výsledek není předem jasný, např. když žáci ve třídě jsou různých mínění. (Vzpomeňte na citované pokusy prof. ROUMANETA.)

Domnívám se, že jsme v našich pokusech respektovali mnohé z těchto zásad. Sama skutečnost, že usilujeme o téměř zcela intuitivní charakter vyučování na základní škole, je v souladu s první poznámkou o počátečních nesnázích při vyučování geometrii. Naše úlohy se zcela skrovnými teoretickými poznatky z matematické logiky se snaží o odstranění uvedených čtyř příčin chyb logického rázu. Nastoupenou cestu je ovšem třeba dále propracovávat a dále v ní pokračovat i na všeobecně vzdělávací škole II. cyklu, zejména v jejich nižších ročnících.

Doufáme, že se tak vymaníme z krise vyučování matematice, která záleží v rozporu mezi intuicí a dedukcí. Tento rozpor je sice obzvláště patrný v geometrii, ale objevuje se i v jiných partiích, např. při neúplných indukcích v aritmetice celých čísel, v základech matematické analýzy, vektorové algebry a jinde. Také tímto rozparem se zabýval prof. PΑΡΥ ve své düsseldorfské přednášce.

Zajímavý je postoj, který v této přednášce zaujal k eukleidovské geometrii. Vyslovuje obdiv stavbě i estetické hodnotě Eukleidova díla, rozbírá pozdější jeho deformace a krizi v jeho tradování a mluví dokonce o rekonstrukci vyučování v duchu Eukleidově; s těmito názory asi nebudeme plně souhlasit.

Závěrem bych snad mohl shrnout v heslech nejdůležitější body jednání a závěru bukureštského kolokvia a pak se ještě jednou vrátit v ucelenějším přehledu k výzkumům v rekonstrukci vyučování matematice v našem státě a jejich perspektivám.

Podle mého mínění jsou nejdůležitější výsledky kolokvia vyjádřeny asi těmito šesti hesly:

- *Východiskem moderního vyučování matematice má být matematizace reálných situací.*
- *Jedním z hlavních kritérií při obnově výuky matematice má být její aplikovatelnost.*
- *Axiomatizace prováděná didakticky správnou metodou není ani břemeno ani hříčka, ale klíč k ekonomickému vyučování.*
- *Teorie vyučování matematice vznikla ze složitých potřeb moderní společnosti a je nutné ji uznat za vědeckou disciplínu.*

- *Učitel matematiky musí mít ve svém povolání jistou svobodu opírající se o jeho odbornou i pedagogickou erudici; jeho právem i povinností je nepřetržitě se dále vzdělávat.*
- *Mezinárodní kooperace v oblasti moderní výuky matematice je nezbytná; kolokvium se znovu dožaduje zřízení mezinárodního centra informací.*

Jako nedostatky kolokvia bych uvedl tyto skutečnosti: málo pozornosti bylo věnováno modernímu pojetí školské geometrie, elementům logiky, metodice řešení úloh a pravděpodobnosti se statistikou. Snad jedině čs. delegát dr. WINKELBAUER hovořil o pravděpodobnosti v souvislosti s kybernetikou, ale jen jako o „problému výchovy specialistů na vysoké škole technické (fakultě technické a jaderné fyziky)“. Připouští ovšem, že by pravděpodobnostní aspekty na kybernetiku mohly a snad i měly ovlivnit vzdělání učitelů matematiky a že by se určité prvky daly přenést i do učiva středních škol.

Nedostatkem bukureštského kolokvia bylo i to, že nenavazovalo dostatečně na sympozium budapeštské; některé významné skupiny výzkumných pracovníků např. skupina z kantonálního gymnasia v Neuchâtelu nebo skupina prof. MATHEEWESE z Anglie se bukureštské konference nezúčastnily. Jak jsem již řekl, program kolokvia v Bukurešti byl příliš rozsáhlý. Málo se sice hovořilo o vysokých školách, ale přesto bylo v Doporučeních vysloveno přání, aby byla zřízena mezinárodní komise pro obnovu studia matematiky na vysokých školách. Mám pochybnosti, zda jedna taková instituce může zvládnout v celé šíři otázky na vysokých školách všech možných zaměření, např. na univerzitách, technikách, vysokých školách ekonomických apod.

Rozpracovaný československý pokus stojí před mnoha problémy: je to zejména propracování dnešní systematické sondy na základní škole, příprava několika variant pokusů na gymnasiích, sestavení celé řady doplňkových pokusných učebních textů, instruktáže učitelů experimentátorů atd. Doufejme, že nová organizace — pravděpodobně zřízení samostatného kabinetu pro modernizaci vyučování matematice v ČSAV a spolupráce kabinetu s odděleními na dvou fakultách University Karlovy v Praze, matematicko-fyzikální a pedagogické, vytvoří příznivé podmínky pro to, aby se všechny tyto úkoly mohly úspěšně plnit. Je samozřejmé, že výzkum velmi těsně souvisí s organizací našeho školství všeobecně vzdělávacího i odborného. Nebudu zde opakovat úvahy, které jsem o tomto předmětu napsal v citovaném článku Vesmíru. Osobně bych si přál, aby konzervativních živlů a neinformovaných odpůrců bylo co nejméně, aby se práce na obnově vyučování matematice dařila a postupovala kupředu co nejrychleji k prospěchu vzdělanosti a rozvoje obou našich národů a našeho socialistického federativního státu.

Motocykl s obsahem Pionýra a výkonem dvěstěpadesátky

(15 koní při 50 cm³) vyvinula pro závodní účely japonská firma Suzuki. Motor je dvouválcový, dvoutaktní, vodou chlazený, a má kompresi 1 : 17 při 16 000 ot./min. S dvanáctistupňovou převodovkou váží motocykl asi 65 kg.

Sk