

Učitel matematiky

Radka Havlíčková; Karolína Mottlová

Metodické materiály typu neposedové jako nástroj pro rozvoj schopnosti řešit slovní úlohy

Učitel matematiky, Vol. 31 (2023), No. 1, 47–64

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/151733>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2023

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ*:
The Czech Digital Mathematics Library <http://dml.cz>

**METODICKÉ MATERIÁLY TYPU NEPOSEDOVÉ
JAKO NÁSTROJ PRO ROZVOJ
SCHOPNOSTI ŘEŠIT SLOVNÍ ÚLOHY**

RADKA HAVLÍČKOVÁ, KAROLÍNA MOTTLOVÁ¹

Úvod

V rámci projektu TAČR, který byl představen v tomto čísle Učitele matematiky (Havlíčková et al., 2023), jsme se mj. zaměřili na netradiční typ slovních úloh, které jsme nazvali Neposedové. Princip řešení slovních úloh tohoto typu spočívá v doplnění čísel (případně slov) do textu slovní úlohy, v němž jsou některé z těchto údajů vynechané. Je zapotřebí je doplnit tak, aby úloha byla logicky, matematicky i jazykově správná. Úlohy tak obrací větší pozornost k jazykové a významové stránce slovní úlohy. Navíc umožňují žákům využívat různé strategie, včetně heuristických, takže se do hledání řešení mohou zapojit i žáci, kteří by

¹Článek vznikl za podpory projektu TAČR – Podpora integrace matematické, čtenářské a jazykové gramotnosti u žáků základních škol, č. TL03000469.

si s běžně zadanou slovní úlohou nevěděli rady. Úlohy s „neposednými čísly“ také obvykle vedou k většímu počtu správných řešení (čísla lze doplnit více způsoby), a tak přirozeně vybízejí k argumentaci a otevírají učitelům prostor k práci s matematickou strukturou slovní úlohy.

V příspěvku nejprve představíme slovní úlohy typu Neposedové a na příkladech konkrétních úloh ukážeme vyvíjený metodický materiál, v němž nabízíme různé způsoby, jak s úlohami pracovat v hodinách matematiky (případně i českého jazyka) na 1. i 2. stupni základní školy. Dále shrneme některé poznatky ze zpětné vazby učitelů a žáků, kteří metodický materiál pilotovali.

Slovní úlohy typu Neposedové

Tento typ slovních úloh byl inspirován metodikou (Kaur & Yeap, 2009) vytvořenou pro učitele v Singapuru s cílem zlepšit jejich schopnost navrhovat matematické úlohy a vyučovací hodiny, které kladou důraz na porozumění, uvažování a komunikaci ve třídách. Typ úloh s původním názvem *Které číslo dává smysl?*² se objevuje v některých zahraničních učebnicích (např. Charlotte et al., 2009), které jsou v souladu se vzdělávacím programem Singapurského ministerstva školství (Ministry of Education, Singapore, 2012). V českém prostředí se úlohy založené na podobném principu objevují v některých učebnicích (Hejný et al., 2007; Molnár & Mikulenková, 1995), v matematických soutěžích (např. MŠMT, 2016/2017, s. 2; MŠMT, 2017/2018, s. 8) a rekreační matematice. Obvykle se však jedná o úlohy pouze kalkulativní povahy (Hejný et al., 2011, str. 8, úloha 14), tedy úlohy, které nevyžadují práci s textem – cílem je doplnit čísla z nabídky např. mezi znaménka operací a docílit tak rovnosti. V současné době se těmto slovním úlohám z pohledu žákovských strategií systematicky věnuje Mottlová (2022). Název typu slovních úloh *Neposedové* jsme přejali z řady učebnic Hejného a kol. (2021), kde se v pracovních sešitech pro 4. a 5. ročník typ Neposedové jako slovní úlohy objevil.

²V originále *What number makes sense?*

Slovní úlohy typu Neposedové jsou formulované bez otázky, tu nahrazuje výzva: „Vrať čísla zpět do zadání úlohy.“ Text slovní úlohy je tedy spíše jakýmsi souborem tvrzení, která má řešitel doplnit tak, aby byla pravdivá, logicky, matematicky a jazykově správná. Čísla, případně slova, která má řešitel doplnit, jsou nabídnuta v tzv. galerii, přičemž jejich počet může odpovídat počtu mezer v textu slovní úlohy, nebo být vyšší (úkolem řešitele je pak vybrat a doplnit pouze vhodná čísla). Slovní úloha může být též bez nabídky. V tomto případě je na žácích, aby si uvědomili vztahy, které jsou ve slovní úloze popsány, a na základě vlastního uvážení vhodná čísla sami vymysleli. Různé varianty nabídek mohou zvyšovat, nebo naopak snižovat náročnost úlohy.

Jak již bylo řečeno, pro úlohy tohoto typu je charakteristický větší počet správných řešení, čímž se nabízí prostor např. k posuzování, které z řešení je reálnější, pravděpodobnější, výhodnější apod. Kromě heuristických strategií (např. pokus – ověření – korekce, systematické experimentování; Novotná et al., 2014) lze pro řešení použít i pokročilejší strategie založené např. na vhledu do matematické struktury úlohy, či na základě sestavené obecné rovnice.

Náměty pro slovní úlohy v metodických materiálech jsme čerpali především z matematických soutěží a učebnic (viz výše), používali jsme též úlohy, s nimiž máme zkušenosti z předchozího projektu GAČR (Vondrová et al., 2019), a vymýšleli jsme úlohy vlastní. Na jejich formulaci se podílely kolegyně z katedry českého jazyka, které mají dobře zmapováno, jaké jazykové jevy dělají žákům problémy (více např. Daroczy et al., 2015). Tyto jazykové jevy byly promítnuty nejen do jazykových úkolů, kterými jsou úlohy doprovázeny, ale i do textů úloh samotných.

Ukázky metodických materiálů

Všechny metodické materiály k úlohám typu Neposedové mají shodnou strukturu – obsahují zadání a řešení slovní úlohy a její stručný popis upozorňující učitele na důležité či problematické charakteristiky úlohy. Stežejní částí metodického materiálu jsou konkrétní pokyny či doporučení, jak s úlohou v hodině mate-

matiky, případně českého jazyka, efektivně pracovat. Podrobněji představíme jednu z typičtějších úloh s neposednými čísly pro žáky 1. stupně, pak jednu méně obvyklou pro žáky 1. stupně a na závěr ukážeme úlohu pro žáky 2. stupně.

Úloha Autobus (4.–5. ročník)

Vrať čísla z nabídky zpět do úlohy.

Když autobus přijížděl na zastávku, vezl _____ cestujících. Na zastávce vystoupilo _____ a nastoupilo _____ cestujících. Ze zastávky odjíždělo autobusem _____ cestujících.

Nabídka čísel: 5, 7, 13, 15

Jedná se o úlohu propojující čtyři závislé číselné údaje – počet nastupujících, počet vystupujících, počet cestujících jedoucích do zastávky a počet cestujících jedoucích ze zastávky. Kontext úlohy je pro děti dobře představitelný, mohou tak navazovat na vlastní zkušenosti. Úloha je vhodná pro hledání všech řešení (je jich přiměřený počet, čísla nelze umístit náhodně). Úloha je inspirována úlohami z prostředí Autobus (Hejný et al., 2021). Řešení jsou celkem čtyři. Při postupném doplňování od první mezery: (7-5-13-15); (13-5-7-15); (15-7-5-13); (15-13-5-7).

Část 1 – Společná práce s textem slovní úlohy

Předložíme žákům úlohu a vyzveme je, aby si ji přečetli. Seznámíme je s budoucím úkolem: v této úloze budeme doplňovat čísla z nabídky (galerie) na vyznačená místa v úloze tak, aby úloha dávala smysl. Žáky lze motivovat příběhem o číslech, která „utekla ze zadání slovní úlohy“.

Následuje fáze práce s využitím otázek a úkolů uvedených v levém sloupci tabulky jazykových úkolů (viz níže)³. Tyto úkoly by měly žákům pomoci identifikovat a objasnit problematická místa

³ Autorkou jazykových úloh je Klára Eliášková z katedry českého jazyka PedF UK

konkrétní slovní úlohy a předejít neporozumění v jazykové či situační/kontextové rovině (o čem úloha je). Další úkoly (v pravé části tabulky) můžeme využít buď v hodině českého jazyka, nebo přímo v hodině matematiky. Jedná se o úkoly rozvíjející čtenářskou a jazykovou gramotnost; jejich náročnost odpovídá učivu ročníku, kterému je slovní úloha primárně určena. Pro podporu porozumění úloze můžeme vyzvat ostatní žáky, aby vysvětlili, jak úloze rozumí oni. Jazykové úkoly nemusíme využít všechny, záleží na potřebách třídy či jednotlivců.

Porozumění textu úlohy	Rozvoj jazykové gramotnosti
1. Vyškrtni v textu pasáže, které nepotřebuješ znát k vyřešení úlohy.	5. Jak by se změnil význam úlohy, kdybychom v úloze změnili spojení <i>Na zastávce vystoupilo</i> ——— <i>cestujících na Při zastávce vystoupilo</i> ——— <i>cestujících</i> ? Měla by pak slovní úloha řešení?
2. Úlohu zkrať tak, abys nevynechal/a žádné informace, které jsou potřebné pro vyřešení úlohy, a zároveň abys odstranil/a všechny informace nadbytečné.	
3. V jakém významu je v textu použito slovo <i>vystoupil</i> ? V jakých jiných významech bývá toto slovo používáno? Svě řešení porovnej s jazykovou příručkou.	6. Vyjmenuj všechna slovesa, která jsou v textu užitá.
	7. Změň první souvětí slovní úlohy na větu jednoduchou.
4. Nakresli situaci ze zadání úlohy ve třech krocích, tedy na třech obrázcích.	8. Nahraď slovo <i>cestující</i> synonymem.
	9. Jak by mohl text dále pokračovat?

Řešení jazykových úkolů: (1) Vyškrtnou: když, přijížděl, na zastávku, Na zastávce, Ze zastávky, autobusem. (2) Autobus vzel ——— cestujících. Na zastávce jich vystoupilo ——— a nastou-

pilo _____. Autobusem odjelo _____ cestujících. (3) Vystoupit – a) chůzí nebo jinak se dostat nahoru (vystoupit na vrchol hory); b) chůzí nebo jinak se dostat ven (vystoupit z vlaku); c) vzdát se členství, účasti (vystoupit ze spolku); d) stát se zřejmým, výrazným (lícni kosti mu výrazně vystoupily); e) zasáhnout do jednání; f) projevit se účinkováním (vystoupit na koncertě); g) zahájit (uměleckou ap.) činnost (vystoupit se sbírkou básní); h) bojovně zakročit slovy nebo činem (vystoupit proti nepříteli) – zde užito ve významu chůzí nebo jinak se dostat ven. (4) Samostatná práce žáků (měli by postihnout situaci při příjezdu a odjezdu autobusu a při výstupu na zastávce). (5) Změnil by se význam slova zastávka (místo, kde pravidelně zastavuje nějaký hromadný dopravní prostředek) na význam zastavení, pauza v jízdě, přerušení jízdy pro odpočinek. Úlohu by bylo možné vyřešit. (6) Přijížděl, vezl, vystoupilo, nastoupilo, odjíždělo. (7) Přijíždějící autobus vezl _____ cestujících. (8) Pasażér; pak lze s žáky mluvit o výrazu černý pasažér. (9) Dle invence žáků.

Část 2 – Řešení úlohy

Úlohu můžeme žákům předložit individuálně na pracovním listu, nebo využít některou z dalších možností:

Společná práce třídy. Úlohu přepíšeme na tabuli (lze využít i interaktivní tabuli), příslušná místa vynecháme. Neposedná čísla napíšeme na papírové lepicí štítky, které nalepíme na tabuli vedle textu úlohy. Žáci navrhnou umístění čísel a svou volbu zdůvodňují (např. *sem bych dala pětku, protože si myslím, že tady by mělo být nejmenší číslo, které je k dispozici*). Po obsazení všech mezer v textu vyzveme žáky, aby výpočtem ověřili, že toto doplnění čísel do textu dává smysl. Tento způsob práce doporučujeme zejména zpočátku, kdy žáci s úlohami ještě nemají zkušenosti.

Skupinová práce (či práce ve dvojici). Rozdělíme žáky do skupin (homogenních či heterogenních)⁴, každá obdrží jedno zvě-

⁴Homogenní skupinu tvoří žáci s přibližně stejnou úrovní např. matematické či čtenářské gramotnosti. Heterogenní skupinu tvoří naopak žáci s odlišnou úrovní.

šené zadání a sadu kartiček s neposednými čísly. Skupina má za úkol všechna nalezená a prověřená řešení evidovat. Diskuse nad řešením je v kompetenci jednotlivých skupin.

Smíšená práce třídy. Žáci si zvolí, zda chtějí na úkolu pracovat samostatně, ve dvojici, ve skupině, či společně s učitelem u tabule.

Výzva k řešení úlohy může být různá v závislosti na míře zkušeností s tímto typem úloh či v případě homogenních skupin na úrovni matematické a čtenářské gramotnosti:

- a) *Vraťte neposedná čísla zpět na svá místa tak, aby úloha dávala smysl.*
- b) *Najděte alespoň dva možné způsoby jak vrátit neposedná čísla zpět na svá místa tak, aby úloha dávala smysl.*
- c) *Najděte všechny možné způsoby jak vrátit neposedná čísla zpět na svá místa tak, aby úloha dávala smysl.*

Na větší počet možných řešení také ale nemusíme dopředu vůbec upozorňovat, žáci ho objeví při společném porovnávání nalezených řešení.

Předpokládáme, že žáci budou správnost dosazení čísel ověřovat již v průběhu řešení. Může se však stát, zejména při individuální nebo skupinové práci, že jen náhodně doplní čísla a prohlásí úlohu za vyřešenou. V takovém případě je vyzveme, aby své řešení prověřili výpočtem, nebo aby si úlohu vyměnili se spolužákem a propočítali si svá řešení vzájemně. Nabídnout jim můžeme také simulaci (dramatizaci) nalezeného řešení: *vezměte si krabici (autobus) a panáčky (cestující) a situaci na zastávce sehrajte*. Pokud žáky úloha zaujala, vyzveme je k hledání dalšího řešení.

Kdyby byla úloha pro žáky náročná, můžeme její obtížnost jednoduše zmírnit tak, že prozradíme polohu některého čísla (je nutno však mít na paměti, že tato změna může eliminovat některá řešení). V případě této úlohy doporučujeme umístit číslo 15 na první prázdné místo.

Když autobus přijížděl na zastávku, vezl 15 cestujících. Na zastávce vystoupilo _____ a nastoupilo _____ cestujících. Ze zastávky odjíždělo autobusem _____ cestujících.

Nabídka čísel: 5, 7, 13

Část 3 – Evidence všech nalezených řešení a diskuse

Nezbytnou součástí práce s úlohou je společné ověření a diskuse nalezených řešení. Správnost řešení totiž můžeme sledovat ve třech rovinách – matematické, jazykové a situační/kontextové. Některé doplnění čísel může např. dávat smysl v matematické rovině, ale už ne v situační nebo jazykové rovině (jak si ukážeme za chvíli). V poslední části tedy vyzveme žáky, aby prezentovali a zdůvodňovali nalezená řešení. Snažíme se dovést třídu k odhalení všech řešení a podporujeme ji v hledání obecnějšího principu, na kterém je řešení úlohy založeno. Podpora může spočívat ve vhodné evidenci. V úloze Autobus se nabízí evidence tabulkou nebo rovnicí (viz níže). O evidenci se zpravidla stará učitel, může ale tuto roli přenechat i žákům (mohou například sami navrhnout i vhodný způsob jak řešení zaznamenat). V závislosti na formě 2. části – řešení úlohy (společně, skupinově, individuálně nebo smíšeně) – můžeme před touto společnou prací s celou třídou zařadit ještě aktivitu, v níž žáci porovnají a prodiskutují svá řešení nejprve ve dvojici nebo skupinách, což může přinést určité benefity (zkouší argumentovat v bezpečnějším prostředí, formulují myšlenky, vytrídí chybná řešení).

Evidence do tabulky:

přijelo	15	15	13	7
vystoupilo	13	7	5	5
nastoupilo	5	5	7	13
odjelo	7	13	15	15

Evidence rovnicí:

$$15 - 13 + 5 = 7$$

$$7 - 5 + 13 = 15$$

$$15 - 7 + 5 = 13$$

$$13 - 5 + 7 = 15$$

Prezentovaná řešení ověřujeme výpočtem, argumentací nebo modelováním a podněcujeme žáky k hledání jistých pravidelností v uspořádání čísel v ověřených řešeních. Z tabulky lze např. vy-

číst, že rozdíl prvního a posledního čísla je stejný jako rozdíl dvou prostředních čísel, jinými slovy, že rozdíl v počtu cestujících před příjezdem a po odjezdu autobusu ze zastávky musí být stejný jako rozdíl v počtu vystupujících a nastupujících. V evidenci rovnicemi si zase můžeme všimnout, že čísla v druhé rovnici jsou přesně v opačném pořadí než čísla v první rovnici. To jsou okamžiky, kdy získáváme vzhled do vzájemných vazeb mezi těmito čtyřmi čísly, kdy vystupuje na povrch matematická struktura úlohy. Pokud žáci vazby nevidí, navádíme je otázkami: *Jsou si některá řešení podobná? Myslíte, že by fungovalo i toto řešení? Najdeme další řešení, které začíná číslem 13? Dá se z naší evidence vyčíst, že jsme našli všechna možná řešení? Nebo jim můžeme jednu z vazeb ukázat: Všimla jsem si, že čísla 13 a 15 mají stejný rozdíl jako čísla 5 a 7.*

Při hledání řešení nebo společné diskusi mohou žáci objevit řešení, které je sice matematicky správné (pasuje do matematického modelu úlohy), ale je v rozporu s kontextem, do něhož je úloha zasazena. Například do první mezery v textu lze vložit všechna čísla kromě čísla 5, protože z hlediska reálného kontextu není možné, aby pak vystoupilo více cestujících, než kolik jich v autobuse aktuálně bylo. Přesto se takové řešení může objevit např. při práci na obecnější úrovni (rovnice $5 - 7 + 15 = 13$ je platná) nebo při silné motivaci najít nové řešení. Pokud si žáci dokáží i toto řešení obhájit, můžeme ho považovat za správné. Budeme však požadovat argument, např. *cestující nastupovali a vystupovali zároveň a po nastoupení si několik cestujících uvědomilo, že musí vystoupit.* Žák takovým argumentem ukazuje, že slovní úloze dobře rozumí a využívá své životní zkušenosti.

Smyslem této společné práce na úloze je kromě ověření a evidence nalezených řešení také vytvoření prostoru pro sdílení metod řešení a jejich reflexi (z hlediska úspěšnosti, efektivity, náročnosti aj.) – tedy pro rozvíjení metakognitivních dovedností. Opět můžeme žáky vést vhodnými otázkami: *Jak jsi takové řešení objevila? Byla tvoje metoda efektivní? Proč bys svou metodu ostatním nedoporučil? Jak ses zachoval, když jsi vůbec nevěděl, jak úlohu řešit?*

Zkušenosti z prvních pilotáží

Metodický materiál, který jsme právě představili, byl testován spolupracujícími učiteli a jednou z řešitelek projektu ve 3., 4. a 5. ročníku. Některé z jejich postřehů zde uvedeme. Pomineme přitom jevy, které by nastaly u standardně formulované slovní úlohy (např. numerické chyby apod.).

Učitelé, kteří měli jednu nebo více předchozích zkušeností s úlohami typu Neposedové, neměli s implementací materiálu žádný problém. Žákům, kteří úlohy viděli poprvé, pomohlo, když s nimi učitel jedno řešení našel společně. Překvapením pro mnohé žáky bylo, že má úloha více řešení. V dosavadním pilotování se ukazuje, že nový typ zadání slovní úlohy žáci vítají, nebo jej vnímají neutrálně, ojediněle jej považují za náročný nebo nezajímavý. Žáci někdy postrádali motivaci hledat další řešení a ne vždy se podařilo objevit všechna řešení. Učitelé se k metodickému materiálu vyjadřovali pozitivně. Ve své výuce by jej bez větších úprav použili znovu, spíše však ve 4. ročníku (pro 5. ročník byla úloha poměrně jednoduchá). Několik učitelů ocenilo, že téma dopravních prostředků je právě aktuální a že ho mohli i díky metodickým materiálům promítnout do různých předmětů. I s jazykovými úkoly pracovali učitelé přímo v hodinách matematiky. Zdá se, že jazykové otázky jsou náročnější na dobré načasování – zatímco čtvrtáci neměli problém s nalezením sloves, u pátých ročníků bylo potřeba téma nejprve připomenout. Vydařil se náš záměr s opakovaným slovem *cestující*, které samotným žákům v textu vadilo a měli tendenci jej nahradit synonymem.

Když autobus přijížděl na zastávku U dubu, vezl 15 15 cestujících.

Na zastávce vystoupilo 13 a nastoupilo 5 cestujících.

Ze zastávky odjíždělo autobusem 7 cestujících.

$$\begin{array}{l} \text{vystoupilo} \\ 15 - 5 = 10 \\ 15 - 7 = 8 \\ 15 - 13 = 2 \end{array}$$

$$\text{nastoupilo}$$

Obr. 1: Žákovské řešení slovní úlohy Autobus (Mottlová, 2022)

Při zevrubnější pilotáži, kterou provedla Karolína Mottlová (2022), se jako nejčastější strategie řešení ukázala metoda pokus – ověření – korekce, přičemž žáci začínali s největším nebo nejmenším číslem. Nejčastěji začínali číslem 15, a to v první mezeře, poté zkusili odečíst číslo 5, protože to je dle slov některých žáků „nejlehčí“. Po ověření nesprávného pokusu korigovali číslo 5 v druhé mezeře (ukázka obr. 1).

Jako argumenty pro správná řešení žáci uváděli i své životní zkušenosti, například: „to asi nebude 13, protože často z autobusu nevystupuje až tolik lidí“, nebo „no, na první zastávce nastupuje vždycky nejvíc lidí, protože je to depo“. Zdá se tedy, že úloha aktivizovala i mimoškolní zkušenosti žáků, o což v projektu také usilujeme. Ukázala se ale též síla očekávání, které žáci od slovních úloh obecně mají: „Podle mě je jenom jedno řešení. Nevím. To byste nám to nedávala, to byste nám to řekla. Nám to učitelka vždycky řekne.“

Úloha Wilsonovy děti (2.–4. ročník)

Z textu úlohy utekla nějaká čísla, ale nevíme jaká. Zjisti je a doplň.

Wilsonovi mají _____ synů.

Každý syn má _____ sestry a _____ bratrů.

Wilsonovi mají _____ dětí.

Neposedná čísla: neznámá

Slovní úloha Wilsonovy děti (inspirována úlohou z učebnice pro 5. ročník, Hejný et al., 2011, str. 106) patří mezi úlohy, které nenabízejí konkrétní čísla k doplnění. Žáci mohou být kreativní a navrhnout čísla, která dle nich dávají smysl. Úloha je založena na aditivních vztazích, ačkoliv se může jevit jako úloha na násobení. Obsahuje překvapivé místo – synů není stejný počet jako bratrů. Očekáváme, že řešení ve třídě budou různá, což přirozeně vyvolá potřebu diskutovat a ověřovat nalezená řešení.

Při pilotáži se ukázalo, že pro žáky 2. ročníku je úloha bez nabídky čísel poměrně náročná, cílit ji tedy budeme na 3.–4. roč-

ník, případně doplníme galerii čísel, nebo přidáme jedno číslo do poslední věty zadání: *Wilsonovi mají _____ synů. Každý syn má _____ sestry a _____ bratrů. Wilsonovi mají 10 dětí.* Učitelé ale ocenili, že téma rodiny dobře zapadalo do tematického plánu výuky prvouky 2. ročníku.

Část 1 – Společná práce s textem slovní úlohy

Porozumění textu úlohy	Rozvoj jazykové gramotnosti
1. Je podle vás pořadí vět důležité pro vyřešení úlohy? Kdyby se pořadí vět změnilo, dávala by úloha smysl?	5. Z kolika vět se slovní úloha skládá?
2. Kdo jsou Wilsonovi ve vztahu k synům a sestrám?	6. Řekni slovo významem nadřazené slovům sestra, bratr.
3. Zakroužkuj čísla, která můžeš dosadit do věty Můj syn má _____ sestry. a) 1 b) 3 c) 7 d) 2	7. Vyhledej v textu vyjmenované slovo a utvoř od něj alespoň jedno slovo příbuzné.
4. Přeformulujte zadání slovní úlohy tak, aby z textu bylo jasné, že Wilsonovi mají jen dvě dcery.	8. Z jakého jazyka podle tebe pochází slovo Wilson?

K jazykové stránce se nám sešly dva zajímavé komentáře, které ukázaly, jak důležitá a náročná byla v této úloze práce s textem:

„Přestože jsme z tvarů slov *synů, sestry, bratrů* předem vytrídili možné ‚neposedy‘, některé děti (2. ročník) nedokázaly tuto podmínku vycházející z tvaru slova akceptovat.“ „Oceňuji využití tvarů slov jako pomůcky pro hledání řešení. Získání zkušenosti dětí, že tvar slova může napovědět počet, bylo velmi důležité – děti často dělají při čtení chyby tím, že si domýšlejí konce slov. Při řešení této úlohy si děti samy ověřily, jak je důležité číst správně.“

Část 2 – Řešení úlohy

Úlohu doporučujeme modelovat pomocí žáků ve třídě (dramatizovat) nebo zástupných předmětů, aby si žáci uvědomili, že počet synů a počet bratrů jsou v tomto případě různá čísla. Je možné žákům navrhnout, aby si slovní úlohu zaznamenali pomocí obrázku nebo grafu.

Jedna z pilotujících učitelek své žáky na řešení úlohy vhodně připravila podobnou úlohou – nakreslila na tabuli dva členy (dvě děti) fiktivní rodiny Novákových a k nim neúplně výpovědi v komiksových bublinách. Úkolem žáků bylo výpovědi doplnit, což vyvolalo diskusi o tom, kolik dětí rodina Novákových může mít (obr. 2).



Obr. 2: Přípravná úloha od učitelky Ivany Janoušové

Část 3 – Evidence všech nalezených řešení a diskuse

Můžeme říci, že úloha má nekonečně mnoho řešení. Počet řešení je ale limitován situační/kontextovou a jazykovou rovinou úlohy. Deklinace slov *syn*, *sestra*, *bratr* a *děti* ovlivňuje výběr čísel, která před ně můžeme vložit. Před tvarem *sestry* mohou být gramaticky správně pouze čísla 2, 3, 4. U zbylých slov je možné naopak doplnit pouze čísla větší než 4. Pokud bychom vůbec nebrali v úvahu kontext úlohy, je řešení nekonečně mnoho. Příkladem řešení je při postupném doplňování od první mezery: (6-2-5-8). Na první mezeru lze vložit všechna čísla větší než 5. I když je deklinace slova *syn* (tvar *synů*) příznivá pro použití čísla 5, nebylo by v takovém případě možné doplnit číslo 4 do třetí mezery, protože by číslo 4

neodpovídalo deklinaci slova *bratr* (tvaru *bratrů*). Do poslední mezery je možné vložit jakékoliv číslo rovno nebo větší než 8. Příklad takového řešení je uveden výše. Nejvyšší možné číslo nám omezí žákovské vnímání kontextu úlohy (ukázka viz níže).

Při společné práci je potřeba odhalit, která čísla v úloze jsou vzájemně závislá a která naopak ne (počet dětí v rodině je součtem synů a sester; počet bratrů je o 1 menší než počet synů, počet sester není závislý na počtu bratrů apod.). K tomu může opět dobře posloužit tabulka nebo graf.

Část 4 – Návazná práce

Součástí některých metodických listů jsou návrhy návazné práce. Zde se nabízí práce s rodokmenem (nakreslete rodokmen Wilsonovy rodiny, nakreslete rodokmen vlastní rodiny, významného panovníka či panovnice aj.), dále rozšíření relační terminologie týkající se rodinných vztahů (strýc, neteř, bratranec, sourozenec, předek aj.) a úlohy pracující s relacemi a jejich skládáním (jakým slovem označujeme matčinu sestru, otcova otce, dceru otcovy sestry aj.).

Další aktivity navrhovali sami pilotující učitelé – za zdařilý považujeme např. nápad provést ve třídě malé statistické šetření, během něhož si žáci zjistí a do tabulky zaznamenají, kolik bratrů a sester mají jejich spolužáci, a poté dopočítají, kolik dětí je v každé rodině. Dobře se tak ukáže vazba: počet sester + počet bratrů + 1 = počet dětí v rodině.

Zkušenosti z prvních pilotáží

V zevrubnějším experimentu s žáky 5. ročníku Karolíny Mottlové se jako největší problém ukázala identifikace vztahů mezi čísly – většina žáků počet synů a sester vynásobila, nebo k součinu ještě přičetla počet synů. Jazykovou limitaci řešení žáci identifikovali většinou bez problémů („každý syn má jednu sestru, to by nešlo“). Při pilotáži byl zachycen rozhovor dvou žáků, který ilustruje výše zmíněné problémy s identifikací vztahů mezi čísly a ukazuje, jak

při obhajobě svého řešení žáci využívají mimoškolní zkušenosti z reálného života a hledají oporu v jazykové interpretaci textu.

Ž1: „Každý k sobě má tři sestry nebo dohromady mají tři sestry? Já si myslím, že to jde buď vynásobit, nebo sečíst.“

Ž2: „Já mám 8 synů a 4 sestry, tak by to bylo divný, že Wilsonovi mají 32 dětí.“

Ž1: „To by byl jako sirotčinec, oni přijímají třeba sirotky nebo tak. To nemusí být jejich děti.“

Ž2: „Ale to je rodina. Wilsonovi.“ [ukazuje na slovo „Wilsonovi“ na papíře spolužáka]

Ž1: „Tam ale není, že ty děti porodil, tam je, že jsou to jejich děti.“

Úloha Sociální sítě (7.–8. ročník)

Na závěr uvedeme ukázkou úlohy s jazykovými úkoly a stručným komentářem pro 2. stupeň. Úloha má na rozdíl od ostatních zde představených pouze jedno řešení. Inspirována je úlohou z Matematického klokana (Hátle, 2016, s. 34).

Vrať čísla z nabídky zpět do úlohy.

Žáci písecké základní školy zjišťovali, jaké sociální sítě preferují jejich starší spolužáci. Zjistili, že 94 žáků, což je _____ %, preferuje YouTube, _____ žáků (tzn. 35 %) preferuje Instagram a jen _____ žáků (tzn. _____ %) preferuje Facebook.

Neposedná čísla: 18, 36, 47, 70

Jedná se o netradiční úlohu s procenty, v níž není jednoznačně vyjádřen základ, procentová část, ani počet procent. Řešitel musí na základě informací v textu úlohy vyhledat a přiřadit k sobě čísla tak, aby vytvořila 100 % (resp. celek/základ). Kontext úlohy by mohl být pro žáky startem do diskuse o sociálních sítích, impulzem k uspořádání vlastního průzkumu aj.

Porozumění textu úlohy	Rozvoj jazykové gramotnosti
<p>1. Jakou funkci mají údaje v závorkách a do jaké míry jsou důležité pro vyřešení této slovní úlohy? Lze závorky s údaji z textu odstranit, a přesto pochopit smysl sdělení? Odpověď zdůvodni.</p>	<p>4. Jedno sloveso se v textu často opakuje. Nahraďte ho synonymními výrazy tak, aby se v textu neopakovalo a zůstal zachován smysl sdělení.</p>
<p>2. Která z následujících tvrzení plynou z textu slovní úlohy:</p> <p>a) 100 procent žáků zapojených do výzkumu preferuje nějakou sociální síť.</p> <p>b) Více než polovina dotazovaných žáků preferuje Instagram.</p> <p>c) 35 žáků preferuje Instagram.</p> <p>d) Někteří žáci používají více sociálních sítí zároveň.</p>	<p>5. Napište svými slovy, co znamená slovo preferovat. Své řešení pak ověřte ve slovníku nebo na internetu a slovo užitě v jiné větě.</p> <p>6. Převeďte výraz <i>písecký žák</i> do množného čísla. Vytvořte větu, kde tvar množného čísla použijete, a napište ji do sešitu.</p>
<p>3. V textu slovní úlohy jsou použita sousloví. Vypište je a rozhodněte, jsou-li v textu nezbytná pro a) pochopení úlohy, b) smysl věty, v níž jsou užita. Odpověď zdůvodněte.</p>	<p>7. S jakým záměrem žáci písecké základní školy mohli realizovat tento průzkum? K čemu by jim mohly být zjištěné informace dobré?</p>

Závěr

V příspěvku byl představen typ slovních úloh, který u nás zatím nemá silnou tradici, ale jeví se jako potenciálně užitečný prostře-

dek pro rozvoj matematických, jazykových, metakognitivních, ale i komunikačních kompetencí žáků napříč základní školou. Metodické listy, které jsme zde prezentovali, nabízejí konkrétní způsoby jak s úlohami pracovat v hodinách matematiky i českého jazyka tak, aby byl jejich potenciál využit co nejlépe. Zkušenosti ze zahraničí i pilotní průzkum 25 učitelek a učitelů, kteří naše metodické materiály testovali, ukazují, že slovní úlohy s neposednými čísly dokážou přitáhnout pozornost žáků, rozprout přirozenou diskusi, mobilizovat mimoškolní znalosti a zkušenosti a přimět žáky k pozornějšímu čtení, k formulování argumentů či použití neobvyklých řešitelských strategií.

Učitelé oceňovali zejména mezipředmětové přesahy a skutečnost, že metodické materiály nerezignují na reálné zkušenosti dětí, ale vědomě s nimi pracují („žáci pozitivně vnímali propojení matematiky s reálnou situací, kterou poznávali ve vlastivědě“). Ačkoliv je z mnoha výpovědí patrný silný vliv určitého očekávání, které žáci od slovní úlohy mají (např. že úloha musí mít pouze jedno řešení, nebo že nemusí dávat smysl v reálném životě), a řešitelských návyků („pokud neznám postup, nemůžu se do řešení úlohy zapojit“), zdá se, že žáci i učitelé jsou ochotni vydat se náročnější cestou diskuse a dokazování.

Pilotáže upozornily také na některé více či méně očekávané nedostatky metodických materiálů a problémy, se kterými se budeme muset vypořádat. Žáci, zejména mladší, měli např. problém vyjádřit, jak řešení objevili, nebo svůj postup písemně zaznamenat. Někteří učitelé se potýkali s neochotou žáků, zejména těch starších, při řešení slovní úlohy uvažovat („měli tendenci při prvním pohledu na řešení říct ‚nevím‘ a dál v práci nepokračovat“) či formulovat argument ve prospěch svého řešení („přišlo mi, že čísla tam patří, tipl jsem si“). U některých úloh byl problém s nepřehledností textu kvůli vynechaným místům, budeme proto hledat vhodnější grafickou formu. Zejména se však nyní hodláme zaměřit na sledování dlouhodobějšího efektu této práce se slovními úlohami.

Velmi nás potěšilo několik zmínek dokazujících, že metodický materiál aktivizoval i žáky, kteří se běžně při řešení slovních úloh

o slovo nehlásí („Úloha děti bavila. Možná i proto, že každý mohl uspět – někdo v jazykové, jiný v matematické části.“; „Stejně jako jiné úlohy s Neposednými čísly úloha děti bavila také díky minimálnímu nebezpečí, že by kvůli chybě v mechanickém počítání byl špatně celý příklad.“). Metodické listy zjevně aktivizovaly také samotné učitele – z jejich zpětných vazeb jsme načerpali mnoho inspirace, jak žáky na úlohy připravit, jak je povzbudit při náročné práci s hledáním řešení a zejména jak slovní úlohu propojit s dalšími předměty.

Na závěr připomeňme, že cílem naší práce není jen vytvořit funkční a zajímavé scénáře vyučovacích hodin, ale společně s učiteli hledat cestu, jak pracovat se slovními úlohami tak, aby to pro žáky bylo užitečné. Doufáme, že naše snažení napomůže zbourat pomyslnou zeď mezi kabinety matematiky a českého jazyka a podpoří učitele v mezipředmětové spolupráci.
