Tři středověké sbírky matematických úloh

Úlohy z jezuitské koleje v Kolíně nad Rýnem

In: Karel Mačák (author): Tři středověké sbírky matematických úloh. Alkuin, Métrodóros, Abú Kámil. (Czech). Praha: Prometheus, 2001. pp. 90--100.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/401227

Terms of use:

© Mačák, Karel

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

D.1. Jezuitské školství a matematika

Jezuitský řád (přesně: Societas Jesu; obvyklý překlad: Tovaryšstvo Ježíšovo) byl založen r. 1540 papežem Pavlem III.[1] na základě návrhu připraveného Ignácem z Loyoly; do Prahy přišli jezuité v r. 1556. V r. 1773 byl jezuitský řád zrušen papežem Klimentem XIV.; v r. 1814 byl sice papežem Piem VII. obnoven, ale to už s naším výkladem nesouvisí.

Pozornost, kterou jezuité věnovali školství, plyne ze zaměření tohoto řádu na obranu, šíření a upevňování katolické víry ([Čo1], str. 41). I když hlavní pozornost věnovali jezuité školství vysokému (v dnešní terminologii)[2], měli vybudovaný ucelený školský systém, který začínal tzv. *parvou* pro děti (zhruba) šesti – osmileté a pokračoval nižšími studiemi (označovanými někdy jako nižší a vyšší gymnázium) pro žáky (zhruba) osmi - třináctileté; pak následovalo (v dnešní terminologii) studium vysokoškolské, kde všichni studenti nejprve prošli filozofickou fakultou[3] a poté mohli svá studia završit na fakultě teologické[4]. Poznamenejme pro úplnost, že jezuitské školy nebyly určeny pouze pro příslušníky řádu, ale mohli na nich studovat všichni zájemci[5].

Základním dokumentem pro jezuitské školství byl studijní řád *Ratio atque institutio studiorum*, který byl schválen v r. 1599 a platil až do r. 1773 (viz např. [Ra] nebo [Du]). Z našeho hlediska je zajímavý druhý ročník filozofické fakulty, do kterého byla zařazena výuka matematiky; v pokynech pro profesora matematiky (bod 1.) se v *Ratio* … říká:

Posluchačům fyziky[6] *ať jsou ve škole vysvětlovány asi třičtvrtě hodiny Eukleidovy Základy; jakmile v nich po dvou měsících budou dosti zběhlí, ať je připojeno něco z geografie nebo z nauky o sféře nebo z toho, co je obvykle se zájmem posloucháno, a to s Eukleidem buď tentýž den nebo jiné dny.*[7]

V pravidlech pro provinciála (bod 20.) se pak říká:

Ať také poslouchají ve škole všichni filozofové ve druhém roce filozofie asi třičtvrtě hodiny výklad matematiky. Jestliže by potom někteří byli schopni a náchylni k tomuto studiu, ať jsou cvičeni po kurzu v soukromých lekcích.[8]

---

[1] Připomeňme pro zajímavost, že témuž Pavlovi III. věnoval v r. 1542 Mikuláš Koperník svůj spis *De revolutionibus orbium coelestium libri sex.*

[2] Celková struktura jezuitského školství je popsána např. v [Čo2], str. 251.

[3] Na středověkých univerzitách byla nazývána fakultou artistickou podle sedmera svobodných umění (gramatika, rétorika, dialektika, aritmetika, geometrie, astronomie, *musica*), která na ní byla studována.

[4] Na „úplné“ univerzitě byly ještě fakulty lékařská a právnická, ale na jezuitských univerzitách se tyto dvě fakulty vyskytovaly jen někdy.

[5] V českých zemích až do r. 1618 studovali na jezuitské koleji v pražském Klementinu i nekatolíci ([Čo1], str. 66).

[6] Jednotlivé ročníky filozofické fakulty byly označovány názvem Aristotelova spisu, který byl v příslušném ročníku studován.

[7] *Physicae auditoribus explicet in schola tribus circiter horae quadrantibus Euclidis elementa: in quibus postquam per duos menses aliquantisper versati fuerint, aliquid Geographiae, vel Sphaerae, vel eorum, quae libenter audiri solent, adiungat: ideoque cum Euclide, vel eodem die, vel alternatibus diebus.*

[8] *Audiant & secundo Philosophiae anno Philosophi omnes in schola tribus circiter horae quadrantibus Mathematicam praelectionem. Si qui praeterea sint idonei, & propensi ad haec studia, privatis post cursum lectionibus exerceantur.*

Z uvedených faktů je vidět, že v jezuitských učebních plánech měl předmět zvaný matematika pevné místo, jeho rozsah i náplň však byly stanoveny poměrně volně. Uvážíme-li navíc, že se jezuitské školství vyvíjelo více než 200 let, pak je obtížné vyslovit nějaké obecné soudy o výuce tohoto předmětu na jezuitských kolejích; spíše je vhodné mluvit vždy o výuce matematiky na konkrétní koleji v konkrétním časovém období.

I přesto se však domníváme, že lze vyslovit jakýsi obecně platný názor týkající se náplně předmětu zvaného v jezuitských učebních plánech „matematika“. V evropském středověkém školství byla náplň předmětu zvaného později „matematika“ tradičně vykládána v rámci tzv. quadrivia tvořeného aritmetikou, geometrií, astronomií a disciplinou zvanou *musica*, což byla v podstatě nauka o hudebních intervalech. Jezuité na tuto tradici navázali a v rámci předmětu zvaného matematika vykládali celou řadu problémů, které jsou dnes předmětem samostatných disciplín, přičemž náplň jezuitské matematiky byla ještě pestřejší než náplň klasického quadrivia. *Musica* sice ustoupila do pozadí, ale významné místo si udržela astronomie a objevila se řada nových oblastí; kromě geografie uvedené výslovně v *Ratio* ... uveďme některé části geometrické optiky, konstrukci slunečních hodin, základy hydrostatiky, různá vyměřování v terénu, atd.; v tomto výčtu by bylo možno pokračovat. Mluvíme-li tedy o matematice pěstované v jezuitských kolejích, je vždy vhodné říci, máme-li na mysli matematiku v dnešním pojetí nebo matematiku v pojetí tehdejším; obě tato pojetí jsou si totiž natolik vzdálená, že se fakticky jedná o dvě různé disciplíny označované z historických důvodů stejným názvem.

Pokud se úrovně matematiky pěstované v jezuitských kolejích týče, měli bychom mít na paměti dvě skutečnosti. Z výukového hlediska je třeba uvážit, že se jednalo o základní kurz matematiky vykládaný posluchačům filozofické fakulty, kteří většinou mířili k filozofii nebo teologii, nikoli k matematice. Z odborného hlediska je třeba uvážit, že jezuité nebyli žádnou učenou společností; byl to řeholní řád, pro který matematika (ať už v jakémkoli pojetí) byla pouze jednou z mnoha činností, kterou se zabývali, a to ještě zdaleka ne tou nejdůležitější. Dalo by se asi říci, že matematika představovala pro jezuity pouze jeden z mnoha nástrojů k plnění náboženských úkolů, které před řádem stály.

D.2. Rukopis VII E 26 z Národní knihovny ČR v Praze

Podle katalogu [Tr] se tento rukopis skládá ze dvou částí, obsahuje 110 listů formátu 19,5 x 16 cm a je uveden pod titulem *Exercitationes mathematicae continentes horographiam, architecturam militarem, opticam et astronomiam, ex diversis authoribus collectae a P. Francisco Tillisch, S.J.*. Tento titul se ve skutečnosti týká pouze první části rukopisu, jejíž text končí na f. 76^r a pak k ní patří až obrázky začínající na f. 90^r. Autor této části, P. Franciscus Tillisch (1670 Vratislav – 1716 Peking)[9] ji napsal pravděpodobně ve Vratislavi nejpozději v r. 1708; nasvědčuje tomu jeden údaj na obrázku na f. 90^r, kde je uvedeno *Vratislaviae 1708.* Podle [Ko], str. 22 *P. Tillisch vypracoval řešení jednoho kosmologického a matematického problému a zaslal je promotorovi*

[9]Podrobnější informace o něm lze najít v knihách [ČF, Ko].

P. PhDr. Františku Retzovi S.J., řádnému profesoru filozofie pražské univerzity. a podle našeho názoru by první část rukopisu VII E 26 mohla představovat právě tuto práci. V r. 1708 odchází P. Tillisch na misie do Číny a tam také zemřel, takže rok 1708 je z hlediska datování této části rukopisu nejzazší mezí.

Pokud se druhé části rukopisu týče (tj. f. 76 – 89)[10], v katalogu [Tr] se o ní neříká nic; protože však právě tato část bude předmětem našeho zájmu, uvedeme zde nejprve základní fakta. Jedná se vlastně o čtyři malé kapitolky, které všechny jsou věnovány matematice (v dnešním smyslu), ale obsahově jsou zcela nezávislé. Z našeho hlediska jsou zajímavé kapitolka druhá a třetí, které navíc umožňují tuto část rukopisu aspoň přibližně datovat.

Kapitolka třetí (ff. 84^r – 87^r) začíná na f. 84^r nadpisem *Exercitatio Algebrae speciosae in Tricoronato Gymnasio S.J. Coloniae sub P. Quirino Cunibert S.J.*. Uvedení místa (Kolín n. R.) a přednášejícího Q. Cuniberta[11] umožňuje aspoň přibližně datovat vznik rukopisu do let 1711 – 1716 a z toho je zřejmé, že jeho autorem nemohl být autor první části rukopisu P. Tillisch, který v té době už byl v Číně. Na Q. Cuniberta je odkaz i ve druhé kapitolce rukopisu (ff. 79^r – 83^r) nadepsané *Exercitatio analytica* na konci f. 82^r, kde je pod nadpisem *Quaestio* 14^{ta} uvedeno *De Mulo et Asina, quod problema solutum est in quaestiones propositis in Collegio Tricoronato Coloniae praeside P. Quirino Cuniberto*; tato úloha je znovu s úplným zadáním a řešením uvedena v již zmíněné kapitolce třetí na f. 85^v jako *Quaestio* 9^{na}.

Obě tyto kapitolky lze charakterizovat jako soubor řešených úloh, které svými kořeny sahají až do počátku středověku a představují zajímavý doklad o pojetí výuky matematiky na jezuitské koleji v Kolíně n. R. v první čtvrtině 18. století; proto jsme považovali za vhodné připojit jejich překlad k práci o středověkých sbírkách matematických úloh. Než však přikročíme k vlastnímu překladu, uveďme některá základní fakta o univerzitě v Kolíně n. R. a instituci zvané *Gymnasium Tricoronatum.*[12]

Univerzita v Kolíně n. R. byla založena v r. 1388. Ve vývoji artistické fakulty této univerzity hrály důležitou roli tzv. bursy, které představovaly instituci podobnou anglickým univerzitním kolejím; byly většinou zakládány profesory, kteří je vydržovali a vedli. Jejich význam postupně rostl a v důsledku toho mezi nimi docházelo ke konkurenčnímu boji, ve kterém řada menších burs zanikla. V polovině 16. století existovaly tři, přičemž jednu z nich, zvanou *Kuckanerburse*[13], zachránilo v r. 1551 před zánikem pouze to, že ji převzalo město, které pro ni zakoupilo novou budovu; protože na této budově byl znak města Kolína n. R., na kterém jsou tři královské koruny, začala být tato bursa nazývána *Trium coronatum.* Ani přes tuto podporu však bursa neprosperovala a proto nepřekvapuje, že ji město v r. 1556 předalo jezuitům.

[10]Pokud se foliace týče, je třeba brát ji s jistou rezervou, protože rukopis v této části obsahuje několik listů buď úplně prázdných nebo jen s několika řádky a tyto listy nebyly do foliace zahrnuty, což činí situaci poněkud nepřehlednou.

[11]Podle [Fi] byl Quirinus Cunibert (1661 – 1726) profesorem matematiky v Kolíně n. R. v letech 1711 – 1714 a 1715 – 1716.

[12]Podrobné informace lze najít např. v knize [Ku]; zde vycházíme ze stručného přehledu [Me], kde jsou uvedeny další odkazy na literaturu.

[13]Podle zakladatele Johanna von Kucka.

Ti z ní velice rychle udělali nejlepší ze tří kolínských burs, které v průběhu vývoje kolínského školství nabyly charakteru gymnázií začleněných do artistické (později filozofické) fakulty, přičemž studenti posledních dvou ročníků těchto gymnázií už byli zapsáni v univerzitní matrice. Z tohoto hlediska lze tedy námi studovanou část rukopisu VII E 26 považovat za záznam úloh řešených v rámci výuky na kolínské univerzitě.

V následující části uvedeme překlad zadání všech úloh, které jsou v rukopisu VII E 26 na ff. 79^r – 86^v; postup řešení nebudeme překládat. Úlohy rozdělíme do tří paragrafů.

První dva paragrafy se vztahují k úlohám z kapitolky nadepsané *Exercitatio analytica*. Nejprve uvedeme deset úloh nazvaných *Exempla*, které jsou uvedeny na ff. 79^r - 79^v. Jedná se o jednoduché úlohy na hledání čísel s danými vlastnostmi; některé tyto úlohy jsou asi převzaty z Diofantovy *Aritmetiky*. Pak uvedeme osmnáct úloh nazvaných *Quaestiones*, které jsou uvedeny na ff. 79^v – 83^r a lze je charakterizovat jako úlohy alkuinovského (případně métrodórovského) typu. Totéž lze říci o úlohách, které jsme zařadili do třetího paragrafu; je to třináct úloh nazvaných opět *Quaestiones*, které jsou uvedeny v kapitolce nazvané *Exercitatio algebrae speciosae ...* na ff. 84^r – 86^v.

Úlohy uvedeme ve stejném pořadí, v jakém jsou zapsány v rukopisu; překlad zadání je tištěn kurzivou. Ke každé úloze připojíme výsledek a občas i stručný komentář; uvádíme-li pouze výsledek, píšeme ho do lomených závorek.

D.3. Úlohy z rukopisu VII E 26

D.3.1. Exercitatio analytica – Exempla

1.

Najděte dvě čísla, jejichž součet je 62 a rozdíl 14.

Jedná se o variantu zadání první úlohy z první knihy Diofantovy *Aritmetiky*[14]; výsledkem jsou čísla 38 a 24.

2.

Najděte dvě čísla, z nichž jedno je šestinásobkem druhého a jejich součet je 63.

Jedná se o variantu zadání druhé úlohy z první knihy Diofantovy *Aritmetiky*[15]; výsledkem jsou čísla 9 a 54.

3.

Najděte dvě čísla, z nichž jedno je čtyřnásobkem druhého a jejich rozdíl je 27.

Jedná se o čtvrtou úlohu z první knihy Diofantovy *Aritmetiky* s odlišným číselným zadáním[16]; výsledkem jsou čísla 9 a 36.

---

[14] U Diofanta (podle [WD]) úloha zní: „Dané číslo má být rozděleno na dvě čísla s daným rozdílem" a řešešní je demonstrováno na hodnotách daného čísla 100 a rozdílu 40.

[15] U Diofanta (podle [WD]) úloha zní:„Dané číslo má být rozděleno na dvě čísla, která jsou v daném poměru" a řešení je demonstrováno na hodnotách daného čísla 60 a poměru 3:1.

[16] U Diofanta (podle [WD]) úloha zní: „Najděte dvě čísla, která jsou v daném poměru a mají daný rozdíl" a řešení je demonstrováno na hodnotách poměru 5:1 a rozdílu 20.

4.

Najděte číslo, které po odečtení čtyřky má pětinu rovnou 9.[17]

Z řešení v rukopisu plyne, že úkolem je najít (v dnešní terminologii) řešení rovnice $\frac{x-4}{5} = 9$; výsledkem je 49.

5.

Najděte číslo, ze kterého po odečtení čtvrtiny a třetiny zbývá 15.

Hledané číslo x je řešením rovnice $x - \frac{x}{4} - \frac{x}{3} = 15$ a výsledkem je číslo 36.

6.

Rozdělte číslo 100 do dvou částí, jejichž rozdíl je 40.

Jedná se o první úlohy z první knihy Diofantovy *Aritmetiky*; výsledkem je rozdělení čísla 100 na části 30 a 70.

7.

Najděte tři čísla, z nichž druhé je o dvě větší než první, třetí je o čtyři větší než obě dohromady a součet všech je roven 96.

Úloha vede na řešení rovnice $x + (x + 2) + (x + x + 2 + 4) = 96$; hledaná čísla jsou 22, 24 a 50.[18]

8.

Najděte číslo, jehož polovina násobená jeho třetinou dává 24.

[12]

9.

K daným třem číslům má být nalezeno čtvrté úměrné číslo bez použití „zlatého pravidla“.[19]

Jedná se o klasickou úlohu: k daným číslům a, b, c má být nalezeno číslo x tak, aby platilo $a : b = c : x$. K řešení této úlohy bývala používána tzv. *regula aurea*, podle které se hledané čtvrté úměrné číslo stanovilo jako součin vnitřních členů úměry dělený prvním členem úměry, zde však má být k řešení úlohy sestavena rovnice. V rukopisu jsou jako příklady daných čísel uvedena čísla 7, 63, 2; výsledkem pak je číslo 18.

10.

Jsou dána dvě čísla, např. 3 a 48, a má být nalezena střední úměra.[20].

Střední úměrou je míněna (v dnešní terminologii) střední geometrická úměrná, tj. k daným dvěma číslům a, b má být nalezeno číslo x tak, aby platilo $a : x = x : b$. Pro daná čísla 3 a 48 je výsledkem číslo 12.

---

[17] Původní zadání není podle našeho názoru jednoznačné: *Invenire numerum cujus pars quinta post subtractum quaternarium sit 9.*; bylo by možné chápat ho tak, že nejprve z hledaného čísla utvoříme pětinu a potom odečteme 4.

[18] Naše řešení je odlišné od řešení v rukopisu, které neodpovídá zadání, protože autor tam fakticky řeší úlohu „… třetí je o čtyři větší než druhé.“

[19] V originálu *regula aurea.*

[20] V originálu *medium proportione.*

D.3.2. Exercitatio analytica – Questiones

1.

Jakýsi hráč prohrál polovinu a tři osminy svých peněz; domů se vrátil s 15 stříbrnými[21]*. Kolik měl původně peněz?*

[120]

2.

Kdosi byl tázán, kolik peněz má v pokladnici. Odpověděl: „Třetina a čtvrtina a pětina dohromady dává 4700 zlatých“. Kolik peněz měl celkem v pokladnici?

[6000]

3.

Tři koupili dům za 6000 zlatých, přičemž druhý dal dvakrát tolik jako první a třetí dal třikrát tolik jako druhý. Kolik dal každý z nich?

[222 + 2/9, 444 + 4/9, 1333 + 3/9]

4.

Tři mladíci spříznění s ženichem přinesli darem zlaté mince. Druhý dal třikrát víc než první, třetí dal tolik, kolik první dva dohromady. Celkem dostal ženich 72 zlatých. Kolik dal každý z mladíků?

[9, 27, 36]

5.

Kdosi byl tázán, kolik má peněz. Odpověděl: „Kdybych k tomu (co mám) měl ještě třikrát tolik a navíc čtyřikrát tolik a k tomu dvakrát tolik a nakonec ještě třetinu, měl bych 155 zlatých.“ Kolik měl tázaný člověk peněz?

Označíme-li x množství peněz, které tázaný člověk měl, pak úloha představuje slovně zadanou rovnici $x + 3x + 4x + 2x + \frac{x}{3} = 155$; řešením je $x = 15$.

6.

Nějaký učitel měl tolik žáků, že kdyby každý přinesl 5 zlatých na zakoupení domu, chybělo by ještě 30 zlatých, kdyby však každý přinesl 6 zlatých, přebývalo by 40 zlatých. Kolik bylo žáků a jaká byla cena domu?

Zdá se, že zadání úlohy může souviset s finanční situací kolínských burz (viz část D.2). Označíme-li počet žáků jako x, pak úloha vede na rovnici $5x + 30 = 6x - 40$, z čehož zjistíme počet žáků rovný 70 a cenu domu 380 zlatých.

7.

Mezi procházejícími se vznikla otázka, kolik peněz má každý z nich sebou. Cajus pravil: „Já mám o osm zlatých více než Sempronius.“ Sejus pravil: „Já mám o 4 zlaté více než vy oba dohromady.“ Tu však pravil Titius: „Já sám mám 100 zlatých, což je tolik, jako vy máte dohromady.“ Kolik peněz měl každý z nich?

[21] V originálu *nummus*; podle [Ge] označoval tento termín původně stříbrnou minci, později jakoukoli minci.

Zadání této úlohy je takřka totožné se zadáním úlohy č. 7 z předešlého paragrafu. Označíme-li x množství peněz, které měl sebou Sempronius, pak úloha představuje slovně zadanou rovnici $x + (x + 8) + (x + x + 8 + 4) = 100$, z čehož plyne, že Sempronius měl 20 zlatých, Cajus 28 zlatých a Sejus 52 zlatých.

8.

Nějaký šlechtic koupil vola, osla a koně za 191 zlatých, přičemž vůl byl o 3 zlaté dražší než osel a kůň byl o 5 zlatých dražší než vůl. Jaké byly ceny jednotlivých zvířat?

Osel stál 60 zlatých, vůl 63 a kůň 68 zlatých.

9.

Mladík viděl hodující muže a řekl jim: „Zdravím vás všech deset!“ Jeden z nich mu odpověděl: „Kdyby nás bylo ještě jednou tolik, kolik nás je, a k tomu ještě třetina, bylo by nás tolik pod třicet jako je nás teď přes deset.“ Kolik bylo hodovníků?

Označíme-li x počet hodovníků, pak úloha vede na rovnici $30-2x-\frac{x}{3} = x-10$, ze které zjistíme, že hodujících mužů bylo 12.

10.

K tančícím urozeným mladíkům se přidalo dvanáct dalších. Po chvíli polovina všech tančících mladíků odešla a připojili se dva další; tančících mladíků pak bylo o tři více než na začátku. Kolik bylo původně tančících mladíků?

Označíme-li x původní počet tančících mladíků, pak úloha vede na rovnici $x + 12 - \frac{x+12}{2} + 2 = x + 3$, z čehož plyne $x = 10$.

11.

Mladík vstoupil do zahrady třemi branami, aby si natrhal jablka. Při odchodu dal (prvnímu) vrátnému polovinu jablek a ten vrátil mladíkovi 12 jablek. Druhému vrátnému dal opět polovinu jablek a ten mu vrátil 10 jablek. Nakonec třetí vrátný dostal také polovinu jablek a vrátil mladíkovi 4 jablka. Když se mladík vrátil domů, měl polovinu jablek, která natrhal v zahradě. Jaký byl počet natrhaných jablek?

Označíme-li x počet natrhaných jablek, pak po průchodu první branou měl mladík $\frac{x}{2}+12$ jablek, po průchodu druhou branou měl $\frac{x}{4}+16$ jablek a po průchodu třetí branou měl mladík $\frac{x}{8} + 12$ jablek, takže dospíváme k rovnici $\frac{x}{8} + 12 = \frac{x}{2}$, ze které dostaneme $x = 32$.

12.

Nějaký modloslužebník přinášející své zlaťáky přistoupil postupně ke třem svým hliněným bohům, Diovi, Apollonovi, Minervě, a požádal nejprve Dia, aby mu jeho zlaťáky zdvojnásobil; když to Jupiter udělal, daroval modloslužebník Diovi tři zlaté. Se zbytkem přistoupil k Apollonovi a požádal ho o totéž; když to Apollon udělal, daroval mu tři zlaté. Se zbytkem přistoupil k Minervě a požádal o totéž; byv vyslyšen daroval Minervě také tři zlaté. A tak nakonec modloslužebníkovi zbyl jenom jeden jediný zlatý. Kolik měl na začátku?

Řešení této úlohy v rukopisu není provedeno pomocí rovnice, ale jakýmsi nepříliš jasným návodem na to, co se má sečíst, odečíst, podělit atd. Označíme-li x počáteční množství modloslužebníkových zlaťáků, pak lze úlohu snadno řešit podobným postupem jako úlohu předešlou: po odchodu od Diovy sochy měl $2x-3$ zlatých, po odchodu od Apollonovy sochy měl $4x - 9$ zlatých a po odchodu od Minerviny sochy měl $8x - 21$ zlatých; dospíváme tedy k rovnici $8x - 21 = 1$, z čehož plyne $x = 2{,}75$ zlatých.[22]

13.

Makedoňané jednou rozpráběli o svém věku. Alexandr pravil: „Já jsem o dva roky starší než můj Ephestion.“ Clythos však řekl: „Dosáhl jsem věku vás obou (dohromady) a další 4 (roky).“ Ale Callisthenes na to: „Ó králi, toto připomínání věku je pro mě příjemné. Přivádí mi totiž na mysl mé nejdražší rodiče, kteří se dožili 96 let a dovršili tak věk vás všech (dohromady).“ Stanovte věk Alexandrův, Ephestionův a Clythův.

Kromě Ephestiona, kterého se nám nepodařilo identifikovat, vystupují v úloze tři historické osoby (čerpáme zde z [Ge, Va]). Alexandr Makedonský, zvaný Veliký, žil v letech 356 – 323 př.n.l. a jistě není třeba ho představovat. Clythos (podle [Ge] Clitus, podle [Va] Kleitos) byl bratrem Alexandrovy chůvy Lanike a od dětství byl jeho přítelem. Při jedné hostině se dostal do sporu s Alexandrem a ten ho v návalu vzteku zabil. Callisthenes (podle [Va] Kallisthénes z Olynthu) byl Aristotelovým synovcem a žákem; na Aristotelovo doporučení se připojil k Alexandrovu vojsku a v oslavném duchu sepisoval historii Alexandrova tažení. Upadl však v nemilost, byl uvězněn a ve vězení zemřel (podle [Ge] násilnou smrtí).

Z matematického hlediska je zadání úlohy totožné s úlohou č. 7 z předešlého paragrafu. Označíme-li x Ephestionův věk, pak Alexandrův věk byl $x + 2$ a Clythův věk byl $2x + 2 + 4$, součet všech těchto věků pak byl roven 96. Z toho plyne, že Alexandrovi bylo 24 let, Ephestionovi 22 let a Clythovi 50 let.

14.

Pod tímto číslem není uvedena žádná úloha, jenom název *De mulo et asina*, tj o mezkovi a oslici, a je konstatováno, že tato úloha byla řešena … *in Collegio Tricoronato Coloniae Praeside P. Quirino Cuniberto.* Protože se jedná o známou Métrodórovu úlohu, o které už byla řeč v naší kapitole 2.2 (úloha tam má číslo 45), nepovažujeme za nutné se zde touto úlohou znovu zabývat.

15.

Lovec poštval psa na lišku, která má před psem náskok 60 skoků. Zatímco liška udělá 9 skoků, pes udělá 6 skoků, ale tři skoky psí jsou rovny sedmi skokům liščím. Kolik skoků udělá pes, než dožene lišku?

Jedná se o složitější variantu známé Alkuinovy úlohy, o které už byla řeč v naší kapitole 1.9 (úloha tam má číslo 26).

[22] V rukopisu je tento výsledek upraven na tvar „2 zlaté a 15 grošů“.

Řešení úlohy je v rukopisu provedeno úvahou, která je bohužel chybná; z tohoto řešení však vyplývá důležité upřesnění zadání: náskok lišky je roven 60 liščím skokům.

Od Alkuinova zadání se liší tato úloha tím, že frekvence skoků psa a lišky není stejná; na jeden skok psí připadá 1,5 skoku liščího, ovšem co do délky skoku je jeden skok liščí roven 3/7 skoku psího. Skočí-li tedy pes jednou, liška urazí vzdálenost 9/14 skoku psího. Označíme-li x počet psích skoků potřebných k dostižení lišky, dospíváme k rovnici $x = 60.\frac{3}{7} + x.\frac{9}{14}$, z čehož plyne $x = 72$, zatímco liška udělá 72. 1,5 = 108 skoků.[23]

16.

Pythagoras tázán, kolik má žáků, odpověděl: „Polovina jich naslouchá filozofii, čtvrtina jich pěstuje matematiku, sedmina jich zachovává mlčení; zbývají tři novicové.“ Má být stanoveno, kolik je žáků.

Úloha je co do číselného zadání shodná s první úlohou z Metrodorovy sbírky (viz úloha č. 1 v naší kap. 2.2), liší se pouze formulací. Výsledek je pochopitelně stejný jako v Metrodorově úloze č. 1, tj. 28 žáků.

17.

Poslové ze dvou měst, např. z Lyonu a Paříže, se ve stejné době vydali na cestu proti sobě. Pařížský posel urazil každý den o dvě míle více než lyonský a za čtyři dny se setkali. Obě města jsou od sebe vzdálena 104 mil. Má být stanoveno, kolik mil každý z nich urazil za den a kolik celkem.

Délková jednotka zvaná „míle“ měla v různých zemích a dobách různou délku a není jasné, o jakých mílích je řeč v této úloze. Nepodařilo se nám však najít žádnou historickou „míli“, při jejímž použití by vzdálenost mezi Paříží a Lyonem byla rovna 104 mílím, takže zadání úlohy asi neodpovídá geografické realitě.[24]

Výsledkem úlohy je rychlost 12 mil za den u posla lyonského a 14 mil za den u posla pařížského.

18.

V bitvě Salamiňanů proti Makedoňanům získalo pět Cassandrových osobních strážců kořist 2000 zlatých. První si vzal 658 zlatých, zbytek si rozdělili ostatní v poměru 6 : 5. Má být stanoveno, kolik každý z nich získal.

Cassander (psáno podle [Ge], Kassandros podle [Va]) byl synem makedonského vojevůdce Antipatra a po smrti Alexandra Velikého se stal makedonským králem; zemřel r. 297 př.n.l.

Úloha je formulována z dnešního hlediska poněkud nezvykle. Ponecháme-li stranou prvního strážce, který pobral 658 zlatých, a označíme-li x kořist druhého strážce, pak třetí strážce si vzal $\frac{6}{5}x$, čtvrtý $\frac{6}{5}.\frac{6}{5}x$ a konečně pátý $\frac{6}{5}.\frac{6}{5}.\frac{6}{5}x$, z čehož zjistíme, že kořist druhého strážce obnášela 250 zlatých, třetího 300 zlatých, čtvrtého 360 zlatých a pátého 432 zlatých.

[23] V rukopisu je uvedeno, že pes udělá 46 skoků a liška 106, což je podle našeho názoru není pravda.

[24] Podle současné automapy je vzdálenost mezi Paříží a Lyonem rovna asi 385 km.

D.3.3. Exercitatio Algebrae Speciosae

1.

Zemřelý manžel zanechal dědictví 2625 zlatých s podmínkou, že syn dostane dvakrát víc než matka a matka dvakrát víc než dcera. Kolik každý dostal?

Dcera dostala 375 zlatých, matka 750 zlatých a syn 1500 zlatých.

2.

Tři obchodníci vydělali 400 zlatých. Druhý získal o 12 víc než první, třetí o 16 víc než druhý. Kolik každý získal?

[120, 132, 148]

3.

Tři dlužníci dlužili částku 401 zlatých. Druhý dlužil o 12 méně než první, třetí dlužil o 16 méně než druhý. Kolik každý dlužil?

[147, 135, 119]

4.

Třetina nepřátelského vojska byla pobita, čtvrtina zajata, zbývajících 1000 uprchlo. Kolik bylo celkem nepřátelských vojáků, kolik jich bylo zajato a kolik pobito?

Celkem bylo 2400 nepřátelských vojáků, z nichž 600 bylo zajato a 800 pobito.

5.

Polovinu cesty jsem vykonal na koni, čtvrtinu pěšky a obě tyto části dohromady činily 48 mílí. Jak dlouhá byla celá cesta?

[64]

6.

Jsou tři dlužníci. První a druhý dohromady dluží 20 zlatých, druhý a třetí 30 zlatých, třetí a první čtyřicet zlatých. Kolik dluží každý z nich?

[15, 5, 25]

7.

Tři hráči prohráli celkem 100 zlatých. První a druhý dohromady prohráli třikrát víc než třetí, druhý a třetí dohromady prohráli čtyřikrát víc než první. Kolik prohrál každý z nich?

[20, 55, 25]

8.

Dva obchodníci utvořili společenství. První vložil třikrát víc peněz než druhý a rozdíl mezi vkladem prvního a druhého činil 240 zlatých. Kolik každý vložil?

[360, 120]

9.

Eukleidova hádanka: Mezek a oslice nesli pytle. Oslice pod tíží nákladu naříkala, ale mezek jí řekl: „Kdybych ti dal jeden z mých pytlů, neměla bys víc než bych *měl já, ale kdybys mi dala jeden z tvých pytlů, měl bych dvakrát tolik jako ty.“ Kolik pytlů nesl mezek a kolik oslice?*

Jedná se o poněkud přeformulovanou známou Metrodorovu úlohu (viz úloha č. 45 v naší části 2.2), o které byla zmínka už v předešlé části D.3.2 (úloha č. 14). První část mezkova prohlášení je poněkud nejasná[25], ale z řešení v rukopisu je zřejmé, jak je to míněno: kdyby mezek dal jeden pytel oslici, měli by oba stejně; zadání je tedy míněno stejně jako u Metrodora a proto i výsledek musí být stejný (tj. mezek nesl 7 pytlů a oslice 5 pytlů).

10.

Jeden boháč daroval chuďasům almužnu; každý chuďas dostal 7 grošů a 24 grošů zbylo. Kdyby každý chuďas dostal 9 grošů, nedostávalo by se 32 grošů. Kolik bylo chuďasů a kolik bylo grošů?

Chuďasů bylo 28, grošů bylo 220.

11.

Pán se dohodl se sluhou takto: „Budeš-li pracovat, dám ti za den kromě stravy 12 grošů. Když budeš odpočívat, zaplatíš za stravu 8 grošů.“ Za rok, tedy za 365 dní, pán nedlužil nic sluhovi ani sluha pánovi. Kolik dní sluha pracoval a kolik odpočíval?

Sluha pracoval 146 dní a odpočíval 219 dní.

12.

12 osob, muži a ženy, utratili při hostině 82 zlatých. Každý muž utratil 8 zlatých, žena 6 zlatých. Kolik bylo mužů a kolik žen?

Hostiny se zúčastnilo 5 mužů a 7 žen.

Úloha na závěr

4 lokty červeného plátna a 3 lokty černého plátna stojí 29 zlatých, 2 lokty červeného plátna a 5 loktů černého plátna stojí 25 zlatých. Kolik stojí loket červeného plátna a kolik loket černého?[26]

Jeden loket červeného plátna stál 5 zlatých a jeden loket černého stál 3 zlaté.

[25]Kdybychom tuto část zadání vzali doslova, objevila by se v řešení úlohy nerovnice a úloha by měla nekonečně mnoho řešení.

[26]1 loket byl roven 44,4 cm (podle [SAK]).