

Diferenciální počet I

Vojtěch Jarník
Z předmluvy k 1. vydání

In: Vojtěch Jarník (author): Diferenciální počet I. (Czech). Praha: Academia, 1974. pp. 5--8.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/401981>

Terms of use:

© Vojtěch Jarník

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Z PŘEDMLUVY K 1. VYDÁNÍ

Tato kniha je určena jako úvod do diferenciálního počtu hlavně těm čtenářům, kteří se chtějí zabývat matematikou důkladněji (a kteří proto budou asi později studovat ještě další, podrobnější knihy o diferenciálním počtu i o jiných matematických naukách). Z toho plynou některé důsledky. Předně má tato kniha seznámit čtenáře s nejjednoduššími pojmy a poučkami diferenciálního počtu, jakož i poskytnout čtenáři zručnost potřebnou k tomu, aby dovedl těchto pouček užívat k řešení speciálních otázek a příkladů. Za druhé není tak velké neštěstí, nesetká-li se čtenář v této knize s některou, byť i dosti důležitou partií diferenciálního počtu: nahradí si to později, při studiu podrobnějších knih. Za třetí má tato kniha umožnit čtenáři, aby si zvykl na onen stupeň přesnosti, který je v matematice obvyklý a bez něhož není možno s úspěchem studovat složitější partie matematiky; krátce: čtenář si má v této knize přivyknout matematickému myšlení. Prosim proto čtenáře, aby věnoval hodně pozornosti pojům zaváděným v definicích, přesnému znění vět (pouček) a důkazům těchto vět; podávám je vesměs se značnou obšírností, abych čtenáři tento úkol ulehčil. Učiní-li tak a bude-li umět z takového důkazu vycítit jeho základní myšlenku, pozná, jak všechny partie (nejobecnější i zcela speciální) v této knize obsažené spolu úzce souvisí a jak celkem malý je počet základních myšlenkových pochodů, které se přitom – v nejrůznějších kombinacích – vyskytují. Hlavní výsledky, ke kterým v této knize dospívám, jsou obsaženy ve 186 větách (jež jsou pro větší pohodlí čtenářovo očíslovány); některé výsledky jsou obsaženy též mimo číselované věty v „poznámkách“, „příkladech“ apod. Není ovšem třeba – aspoň u většiny těchto vět – aby se jim čtenář učil nazpaměť; promyslí-li si řádně obsah, důkaz a po případě použití každé věty, osvojí si tyto věty tak, že se mu samy vybaví, kdykoliv je bude potřebovat.¹⁾

Věty a definice jsou číselovány jednotně v celé knize; vzorce (1), (2), ... a poznámky pod čarou ¹⁾, ²⁾ atd. jsou číselovány v každé kapitole zvláště, „poznámky“ a „příklady“ v každém paragrafu. Vedle *příkladů* propočítaných v textu obsahuje kniha přes 400 *cvičení* pro čtenáře;²⁾ většinou jsou tato cvičení umístěna na konci paragrafu; kde se mi to zdálo účelnější (tak zvláště v I. kapitole), jsou umístěna i jinak. Prosim čtenáře, aby věnoval pozornost *celému* textu; také poznámky pod čarou jsou k tomu,

¹⁾ V textu ovšem často odkazují k číselovaným větám a definicím; abych čtenáři ulehčil jejich hledání, je na konci knihy uveden jejich soupis s udáním stránek.

²⁾ Při odkazech rozlišujte „příklady“ a „cvičení“, aby nedošlo k nedorozumění.

aby se četly (často jsem umístil dosti důležitou věc pod čáru jenom proto, abych nepřerušil myšlenkový postup v textu).

Cvičení mají různý charakter; některá slouží k početnímu procvičení vyložené látky (na cvičení tohoto druhu jste nejvíce zvyklí ze školy), jiná obsahují doplňky k různým poučkám, jiná mají osvětlit význam zavedených pojmů nebo vztahy mezi jednotlivými větami atd. U cvičení rázu početního jsou udány výsledky; doporučuji ovšem čtenáři, aby se na tyto výsledky podíval až po provedení výpočtu. U některých cvičení (jež jsou obtížnější nebo u nichž by mohlo vzniknout nedorozumění) je připojen návod; čtenář ovšem učiní dobře, pokusí-li se i o tato cvičení napřed bez použití návodu; možná, že najde řešení sám, třeba i řešení vtipnější, než je v návodu naznačeno. Radím čtenáři, aby se snažil probrat *všechna* cvičení; výsledků některých snadných cvičení se dokonce později užívá v textu. Některá cvičení jsou těžší, takže čtenář nemusí být nešťasten, ztroskotá-li na nich při prvním studiu knihy (zato ho snad tím více zaujmou později, při opakování látky). Za taková těžší cvičení³⁾ považuji asi tato: všechna cvičení v § 6 a § 9 I. kapitoly; v kap. II, § 4 cvič. 11, 12, 13; v kap. III, § 2 cvič. 1–6; v kap. IV, § 3 cvič. 1 a 3; v kap. IV, § 4 cvič. 2; v kap. VII, § 2 cvič. 1, 7, 8, 13–16; v kap. IX, § 3 cvič. 6; v kap. X, § 2 cvič. 2; v kap. X, § 4 cvič. 5, 6, 7, 9; v kap. XI, § 3 cvič. 4; v kap. XII, § 7 cvič. 1, 4, 5; v kap. XIII, § 2 cvič. 8; v kap. XIII, § 3 cvič. 4; v kap. XIII, § 4 cvič. 1; v kap. XIV, § 1 cvič. 5.

K umožnění žádoucí přesnosti a systematickosti výkladů této knihy se mně naskytovaly dvě možnosti. Předně jsem mohl začít od samotného začátku, tj. od teorie přirozených čísel 1, 2, 3, ...; nezvolil jsem tuto cestu, obávaje se, že bych čtenáře na počátku příliš nudil. Zvolil jsem druhou možnost: o některých věcech budu předpokládat, že je čtenář zná, a na nich budeme pak dále budovat. O tom, které věci budu považovat za známé, se smluvím se čtenářem podrobně v kap. I, § 1–2; je to v podstatě nauka o racionálních číslech, tedy obor, který čtenář jistě ovládá ze školy tak spolehlivě, že se nemusíme obávat omylů. Na tomto základě potom budujeme dále. Nevystačíme ovšem s racionálními čísly, nýbrž potřebujeme i tzv. iracionální čísla (např. $\sqrt{2}$ apod.). Prvním našim úkolem je proto vybudování teorie iracionálních čísel (o kterých ovšem máte již také jakési ponětí ze školy). Této teorii jsou věnovány v podstatě § 3–10 v kapitole I. Ačkoliv jsem se snažil vyložit tuto teorii (jež je nepostradatelným základem pro další úvahy) co nejsrozumitelněji, bude se možná přece zdát některému čtenáři pro začátek příliš obtížná; nebo možná bude některý čtenář netrpkliv a bude se chtít rychleji dostat kupředu. Takový čtenář může při *prvním čtení* přeskočit § 4–7 v kapitole I; potom musí ovšem v § 8 vynechat důkaz věty 40, ježto by mu nerozuměl⁴⁾ a musí bez důkazu věřit, že tato věta (jež má základní důležitost!) je správná. Z týchž důvodů musí vynechat § 9 (i s cvičeními 1–3) z kap. I a cvičení 13 v kap. II, § 4. Takovému čtenáři ovšem vřele doporučuji, aby se po pro-

³⁾ Počítám mezi ně též všechna cvičení hodně obecného rázu; čtenáři, který má zálibu v abstraktním myšlení, se budou ovšem právě tato cvičení zdát lehká.

⁴⁾ Přestane tedy číst u slov „Zbývá nám tedy dokázat větu 40“ na str. 58 a začne opět číst u slov „Než postoupíme dále ...“ na str. 59.

studování ostatních částí této knihy k těmto vynechaným věcem vrátil a prostudoval podrobně § 3–9 v kap. I.

Při studiu této knihy je vůbec možno pozměnit na několika místech poněkud pořadí, což nyní vylíčím:

A) Předně je ovšem možno studovat celou knihu od začátku do konce, tak jak je napsána.

B) Je možno celkem beze škody vynechat kap. XV o komplexních číslech; tato kapitola nesouvisí celkem s ostatním obsahem této knihy, je spíše přípravou pro další, podrobnější knihy o diferenciálním a integrálním počtu.

C) Kapitulu IV o nekonečných řadách je možno studovat též později, rozhodně však před kapitolou XII.

D) § 4 z kap. VIII je možno též studovat až před § 4 z kap. XIII.

E) Teorii iracionálních čísel v kap. I, § 3–9 je možno studovat se změnami, jež jsem před okamžikem vylíčil.

Kdo by se ještě před podrobným studiem této knihy chtěl rychle a spolehlivě informovat o celkovém charakteru vyšší matematiky, ať si přečte knížku prof. E. Čecha „Co je a nač je vyšší matematika“.

Při látce tak elementární, jako je látka této knihy, je přirozeno, že by zde čtenář marně hledal něco původního; můj jediný úkol byl provést výběr látky, volbu metod a zvolit formu výkladu.⁵⁾ Nesnažil jsem se nikde o dosažení co největší stručnosti; vždy jsem volil raději důkaz „přirozený“, tj. takový, na který by čtenář sám nejspíše přišel, než důkaz, který nějakým umělým obratem vede rychleji k cíli. Také probírám leckdy odděleně několik případů, jež bych mohl z obecnějšího hlediska shrnout v jediný případ; domnívám se totiž, že přílišná obecnost působí začátečníkovi obtíže; na tu bude dosti času v dalších knihách o diferenciálním a integrálním počtu, jichž naše literatura potřebuje (výborné knihy Petrovy jsou již rozebrány).⁶⁾ Z týchž důvodů jsem omezil počet obecných vět v této knize na nejmenší postačitelnou míru; odborník se možná pozastaví např. nad tím, že v knize vůbec nepřichází Bolzanova-Cauchyova podmínka.

Čtenář, který se z diferenciálního počtu – nebo z nějaké jiné matematické nauky – naučil napřed početním předpisům pro řešení příkladů a potom teprve se věnoval systematickému studiu, má snad někdy tento dojem: matematika se skládá z řady praktických předpisů pro řešení úloh; a k těmto předpisům si učenci pro okrasu přidělali teorii.⁷⁾ Byl bych šťasten, kdyby si čtenář ze studia této knihy odnesl dojem

⁵⁾ Je snad zbytečno podotýkat, že mně přitom byly velmi užitečné knihy: M. Kössler, Úvod do počtu diferenciálního (Praha 1926) a K. Petr, Počet diferenciální (Praha 1923).

⁶⁾ Zvolená obsírná forma výkladu způsobila ovšem, že rozsah knihy dosti vzrostl. K tomu přistupuje ještě ta okolnost, že výkladu o diferenciálním počtu pro začátečníky musí předcházet množství přípravných úvah, které v této knize zabírají přes polovinu rozsahu (kap. I až VII).

⁷⁾ Ze stanoviska historického vývoje matematiky není ostatně tento dojem tak docela nesprávný.

právě *opačný*: obecná teorie je základem — v podstatě velmi jednoduchým — z něhož přirozeně a nenásilně plynou metody k řešení speciálnějších problémů, ba i věci tak speciální, jako je např. předpis k vypočtení prvních desíti decimál čísla π nebo návod k sestrojování logaritmických tabulek.

Vojtěch Jarník

V Praze v březnu 1946.