Bohuslav Hostinský

Sur les quatre sommets d'un ovale

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 64 (1935), No. 6, 193

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123587

Sur les quatre sommets d'un ovale.

B. Hostinský, Brno.

Cauchy (dans son Mémoire sur les polygones) a démontré le théorème suivant: Soit P un polygone convexe à côtés égaux; désignons par $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ ses angles intérieurs et supposons que P se déforme de sorte que les còtés ne varient pas et que le polygone reste convexe. Soit P' la nouvelle figure, α' ce qui devient l'angle α, β' ce qui devient β et ainsi de suite. Le théorème de Cauchy consiste en ce qu'il y a, dans la suite $\alpha - \alpha'$, $\beta - \beta'$, $\gamma - \gamma', \ldots$ au moins deux séries composées de termes positifs et deux composées de termes negatifs. Ce théorème, démontré par Cauchy par les méthodes de la géométrie élémentaire, peut s'énoncer sous forme analytique. Si $\alpha_1, \alpha_2, \ldots$ sont les angles intérieurs d'un polygone convexe, on a

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n = 2\pi,$$
$$1 + \cos \alpha_1 + \cos (\alpha_1 + \alpha_2) + \ldots + \cos (\alpha_1 + \ldots + \alpha_n) = 0,$$
$$\sin \alpha_1 + \sin (\alpha_1 + \alpha_2) + \ldots + \sin (\alpha_1 + \ldots + \alpha_n) = 0$$

et il faut démontrer que $\alpha_k - 2\alpha_{k+1} + \alpha_{k+2}$ (avec $\alpha_{k+n} = \alpha_k$) change au moins quatre fois de signe quand k parcourt successivement les valeurs $1, 2, \ldots, n$.

Le théorème de Kneser: „sur tout ovale il y a au moins quatre sommets“ peut être envisagé comme un cas limite du théorème de Cauchy (vois mon travail dans le Bulletin de la Société math. de France, Comptes Rendus des Séances, 12 février 1930, p. 21—25).

Die loxodromische Geometrie.

Ludmila Illingerová, Praha.

Die Loxodromen sind die Kurven einer Rotationsfläche, die mit den Meridianen der Fläche konstante Winkel bilden. Durch die Einführung der isometrischen Parametren können wir die Fläche konform auf die Ebene abbilden. Die Parallelen und Meridiane der Fläche übergehen in zwei ortogonale Systeme parallelen Geraden, die Loxodromen auch in Geraden. Mann kann die Gebilde aus den Loxodromen entstehend ähnlich wie die der euklidischen Geometrie studieren. Besonders interessant ist die loxodromische Trigonometrie, welche die Eigenschaften der Gebilder aus drei Loxodromen entstehend untersucht. Wir finden da den Sinus-, Kosinus- und Tangentensatz der loxodromischen Dreiecken. Definieren wir die loxodromischen Kegelschnitte ähnlich wie die gewöhnlichen, so sehen wir, daß die einzige Fläche, derer loxodromische Kegelschnitte in unserem konformen Abbildung Kegelschnitte im