

## Summaries of articles published in this issue

*Czechoslovak Mathematical Journal*, Vol. 29 (1979), No. 3, (337c)–(337h)

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/101614>

## Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1979

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## SUMMARIES OF ARTICLES PUBLISHED IN THIS ISSUE

(Publication of these summaries is permitted)

OTTO MUTZBAUER, Würzburg: *Zerlegbarkeitskriterien für Invarianten torsionsfreier abelscher Gruppen des Ranges 2*. Czech. Math. J. 29 (104), (1979), 337–339. (Originalartikel.)

Für torsionsfreie abelsche Gruppen des Ranges 2, gegeben durch spezielle Invarianten, wird ein notwendiges und hinreichendes Kriterium für vollständige Zerlegbarkeit angegeben. Die Frage der praktisch-rechnerischen Nachprüfbarkeit der vollständigen Zerlegbarkeit mit Hilfe dieses Kriteriums wird in einer anderen Arbeit des Verfassers behandelt.

LUDĚK ZAJÍČEK, Praha: *On the differentiation of convex functions in finite and infinite dimensional spaces*. Czech. Math. J. 29 (104), (1979), 340–348. (Original paper.)

If  $f$  is a convex function defined in a Euclidean  $n$ -space  $E^n$  then the set  $N(f)$  of all points at which  $f$  is not differentiable is small. There exist several works concerning the sets  $N(f)$  or, which is almost equivalent, the sets of all singular boundary points of convex bodies in  $E^n$ . In the present article the author gives a characterization of the magnitude of sets  $N(f)$  in  $E^n$ . By the same method he obtains also an infinite dimensional generalization of the result. The author also characterizes the magnitude of sets  $S_k(f)$  defined in the paper by R. D. Anderson and V. L. Klee, Jr. in Duke Math. J. 19 (1952), 349–357.

LADISLAV NEBESKÝ, Praha: *On the existence of 1-factors in partial squares of graphs*. Czech. Math. J. 29 (104), (1979), 349–352. (Original paper.)

Let  $G$  be a graph. We say that  $w \in V(G)$  is a  $Y$ -vertex of  $G$  if there exists an induced subgraph  $F$  of  $G$  isomorphic to the star  $K_{1,3}$  such that  $w$  is a vertex of degree one in  $F$ . Let  $W$  be a nonempty subset of  $V(G)$  with the properties that (i) if  $u$  and  $v$  are adjacent vertices of  $G$ , then either  $u \in W$  or  $v \in W$ , and (ii) if  $w$  is a  $Y$ -vertex of  $G$ , then  $w \in W$ . We denote by  $\text{psq}(G, W)$  the subgraph of  $G^2$  induced by  $W$ . In this note it is proved that if  $\text{psq}(G, W)$  is connected and  $|W|$  is even, then  $\text{psq}(G, W)$  has a 1-factor.

BLANKA KUTINOVÁ, TEO STURM, Praha: *On algebraic closures of compact elements*. Czech. Math. J. 29 (104), (1979), 359–365. (Original paper.)

In the paper the authors show that an algebraic closure operator  $f: L \rightarrow L$  on a complete lattice  $\mathcal{L} = (L; \leq)$  has the following property: If  $c \in L$  is compact in  $\mathcal{L}$  then  $f(c)$  is compact in  $(f(L); \leq)$ . If the lattice  $\mathcal{L}$  is algebraic, then  $(f(L); \leq)$  is algebraic as well and an element is compact in  $(f(L); \leq)$  iff it is an image by  $f$  of an element which is compact in  $\mathcal{L}$ .

ХАРАКТЕРИСТИКИ СТАТЕЙ, ОПУБЛИКОВАННЫХ  
В НАСТОЯЩЕМ НОМЕРЕ

(Эти характеристики позволено репродуцировать)

29 1  
ОТТО МУТЗБАУЕР, Würzburg: *Zerlegbarkeitskriterien für Invarianten torsionsfreier abelscher Gruppen des Ranges 2*. Czech. Math. J. 29 (104), 337—339.

Критерий разложимости абелевых групп без кручения ранга 2. (Оригинальная статья.)

В статье дается необходимый и достаточный критерий полной разложимости абелевых групп без кручения ранга 2, использующий некоторые специальные инварианты. Вопрос о практической применимости этого критерия рассматривается в другой работе автора.

LADISLAV NEBESKÝ, Praha: *On the existence of 1-factors in partial squares of graphs*. Czech. Math. J. 29 (104), (1979), 349—352.

О существовании 1-факторов в частичных квадратах графов. (Оригинальная статья.)

Пусть  $G$  — граф. Вершина  $w \in V(G)$  называется  $Y$ -вершиной графа  $G$ , если существует индуцированный подграф  $F$  графа  $G$ , изоморфный звезде  $K_{1,3}$  и такой, что  $w$  — вершина степени 1 в  $F$ . Пусть  $W$  — непустое подмножество  $V(G)$  со следующими свойствами: (i) если  $u, v$  — смежные вершины  $G$ , то либо  $u \in W$  либо  $v \in W$ ; (ii) если  $w$  —  $Y$ -вершина  $G$ , то  $w \in W$ . Пусть  $\text{rsq}(G, W)$  — подграф  $G^2$ , индуцированный множеством  $W$ . В статье доказывается, что если граф  $\text{rsq}(G, W)$  свяен и число  $|W|$  четно, то  $\text{rsq}(G, W)$  обладает 1-фактором.

BLANKA KUTINOVÁ, TEO STURM, Praha: *On algebraic closures of compact elements*. Czech. J. 29 (104), (1979), 359—365.

О алгебраических замыканиях компактных элементов. (Оригинальная статья.)

В статье доказывается, что оператор алгебраического замыкания  $f: L \rightarrow L$  на полной решетке  $\mathcal{L} = (L; \leq)$  обладает следующим свойством: Если элемент  $c \in L$  является компактным в  $\mathcal{L}$ , то элемент  $f(c)$  является компактным в  $(f(L); \leq)$ . Если решетка  $\mathcal{L}$  алгебраическая, то решетка  $(f(L); \leq)$  также алгебраическая и ее компактными элементами являются в точности образы  $f(c)$  компактных элементов  $c$  решетки  $\mathcal{L}$ .

Г. М. Непомнящий, Ю. М. Смирнов, Москва: *О ретракции отображений*. Czech. Math. J. 29 (104), (1979), 366—377. (Оригинальная статья.)

Вводятся понятие ретракции непрерывного отображения и классы  $AR(\mathfrak{M})$ ,  $ANR(\mathfrak{M})$  непрерывных отображений  $f: X \rightarrow Y$ , где  $X, Y \in \mathfrak{M}$ . При предположении, что  $X$  и  $Y$  — метрические пространства и пространство  $Y$  полно, авторы доказывают, что  $f \in AR(\mathfrak{M})$  (соотв.  $f \in ANR(\mathfrak{M})$ ) тогда и только тогда, когда (i)  $f^{-1}y \in AR(\mathfrak{M})$  для каждого  $y \in Y$ , (ii)  $f$  есть экви- $LC$  отображение, (iii)  $f$  есть открытое отображение и (iv)  $Y \in AR(\mathfrak{M})$  (соотв.  $Y \in ANR(\mathfrak{M})$ ).

G. M. НЕПОМНЯШЧИЙ, YU. M. SMIRNOV, Moscow (Г. М. Непомнящий, Ю. М. Смирнов, Москва): О ретракции отображений. (On retraction of mappings.) Czech. Math. J. 29 (104), (1979), 366—377. (Original paper.)

The notion of a retraction of a continuous mapping and the classes  $AR(\mathfrak{M})$ ,  $ANR(\mathfrak{M})$  of continuous mappings  $f: X \rightarrow Y$ , where  $X, Y \in \mathfrak{M}$ , are introduced. Authors prove (provided  $X, Y$  are finite-dimensional metric spaces and  $Y$  is complete) the following theorem:  $f \in AR(\mathfrak{M})$  ( $ANR(\mathfrak{M})$ ) iff (i)  $f^{-1}y \in AR(\mathfrak{M})$  for every  $y \in Y$ , (ii)  $f$  is equi-LC, (iii)  $f$  is open, (iv)  $Y \in AR(\mathfrak{M})$  ( $ANR(\mathfrak{M})$ ).

G. M. НЕПОМНЯШЧИЙ, Moscow (Г. М. Непомнящий, Москва): Об эквивалентности свойств непрерывных отображений. (On equivalence of some properties of continuous mappings.) Czech. Math. J. 29 (104), (1979), 378—384. (Original paper.)

Let  $\mathfrak{M}^\wedge$  be the class of finite-dimensional metrizable spaces. The following properties  $*$  and  $*_U$  of mapping  $f: X \rightarrow Y$  are considered: to every closed subset  $Z_0$  of an arbitrary  $Z \in \mathfrak{M}^\wedge$  and for any continuous  $\alpha: Z_0 \rightarrow X$  and  $\beta: Z \rightarrow Y$ , where  $f \circ \alpha = \beta|_{Z_0}$ , there exists such a continuous extension  $\bar{\alpha}: Z \rightarrow X$  of the mapping  $\alpha$  that  $f \circ \bar{\alpha} = \beta$ . The property  $*_U$  is obtained from  $*$  if the existence of  $\bar{\alpha}$  is required only on a certain neighbourhood  $U$  of the set  $Z_0$  of  $Z$ . The notions of the equal local contractivity in the whole (ELCW) of the family of subsets of the space  $X$ , and of the  $(f, x_0)$ -deformation of the space  $X$ , are introduced and the following theorems are proved: Each of the following two properties a) and b) (or a'), b'), respectively) is equivalent to  $*$  (or  $*_U$ ):

- a)  $f$  is an open mapping with homotopically trivial full preimages of points and  $\{f^{-1}(y); y \in Y\} \in ELC$ ;
- b)  $f$  is factorial and  $X$  has the  $(f, x_0)$ -deformation for all  $x_0 \in X$ .
- a')  $f$  is an open mapping and  $\{f^{-1}(y); y \in Y\} \in ELC$ ;
- b')  $f$  is an open mapping and  $\{f^{-1}(y); y \in Y\} \in ELCW$ .

Jiří ADÁMEK, TEO STURM, Praha: On congruence lattices in a category. Czech. Math. J. 29 (104), (1979), 385—395. (Original paper.)

A congruence on an object  $X$  of a category  $\mathcal{C}$  is a subobject of  $X \times X$  which is a kernel pair of some morphism with domain  $X$ . All congruences on  $X$  form a lattice (under weak assumptions on  $\mathcal{C}$ ) and they can be composed via pullbacks. The aim of this paper is to exhibit a categorical proof of the fact (well-known in universal algebra) that if congruences are permutable then the congruence lattice is modular. Congruences on algebraic structures are mentioned.

TEO STURM, Praha: Lattices of convex equivalences. Czech. Math. J. 29 (104), (1979), 396—405. (Original paper.)

In the first part of this paper it is proved that the lattice of all convex equivalences of an ordered set can be interpreted as a lattice of all congruences of an object of a special category. The second part contains a characterization of compact elements of this lattice. In the final part, the author studies an equivalence on the set of all orderings of a given set.

Г. М. Непомнящий, Москва: *Об эквивалентности некоторых свойств непрерывных отображений*. Czech. Math. J. 29 (104), (1979), 378—384. (Оригинальная статья.)

Пусть  $\mathfrak{M}^\wedge$  — класс конечномерных метризуемых пространств. Рассматриваются следующие свойства  $*$  и  $*_U$  отображения  $f: X \rightarrow Y: *$  для любого замкнутого подмножества  $Z_0$  произвольного  $Z \in \mathfrak{M}$  и для любых непрерывных  $\alpha: Z_0 \rightarrow X$  и  $\beta: Z \rightarrow Y$ , где  $f \circ \alpha = \beta|_{Z_0}$ , найдется такое непрерывное расширение  $\bar{\alpha}: Z \rightarrow X$  отображения  $\alpha$ , что  $f \circ \bar{\alpha} = \beta$ . Свойство  $*_U$  получится из  $*$ , если требовать существование  $\bar{\alpha}$  лишь на некоторой окрестности  $U$  множества  $Z_0$  в  $Z$ . Вводятся понятия равностепенной локальной стягиваемости в целом (ELCW) семейства подмножеств пространства  $X$  и  $(f, x_0)$ -деформации пространства  $X$ . Доказываются следующие теоремы: Каждое из следующих двух свойств а) и б) (соотв., а') и б')) эквивалентно  $*$  (соотв.,  $*_U$ ): а)  $f$  открытое отображение с гомотопически тривиальными полными прообразами точек, при условии, что семейство  $\{f^{-1}(y), y \in Y\} \in ELC$ ; б)  $f$  факторно и  $X$  обладает  $(f, x_0)$ -деформацией для всех  $x_0 \in X$ ; а')  $f$  открытое отображение, причем семейство  $\{f^{-1}(y), y \in Y\} \in ELC$ ; б')  $f$  открытое отображение и семейство  $\{f^{-1}(y), y \in Y\} \in ELCW$ .

Jiří ADÁMEK, TEO STURM, Praha: *On congruence lattices in a category*. Czech. Math. J. 29 (104), (1979), 385—395.

Решетки конгруэнтностей в категориях. (Оригинальная статья.)

Конгруэнтностью на объекте  $X$  категории  $\mathcal{C}$  называется подобъект объекта  $X \times X$ , являющийся ядром некоторого морфизма с областью определения  $X$ . При некоторых слабых предположениях относительно  $\mathcal{C}$  все конгруэнтности на  $\mathcal{C}$  образуют решетку и можно их складывать с помощью расслоенных произведений. Целью этой статьи является теоретико-категорическое доказательство следующего утверждения, хорошо известного из универсальной алгебры: если конгруэнтности (на алгебраической структуре) перестановочны, то их решетка является модулярной.

TEO STURM, Praha: *Lattices of convex equivalences*. Czech. Math. J. 29 (104), (1979), 396—405.

Решетки выпуклых эквивалентностей. (Оригинальная статья.)

В первой части статьи доказываем, что решетку всех выпуклых эквивалентностей на упорядоченном множестве можно интерпретировать как решетку всех конгруэнтностей некоторого объекта некоторой специальной категории. Вторая часть содержит характеристику компактных элементов этой решетки и в заключительной части изучается эквивалентность на множестве всех отношений порядка на данном множестве.

BEĐRICH PONDĚLÍČEK, Praha: *Note on homomorphisms of direct products of algebras*. Czech. Math. J. 29 (104), (1979), 500—501.

Замечание о гомоморфизмах прямых произведений алгебр. (Оригинальная статья.)

Статья содержит несколько замечаний к статье И. Хайды (Czech. Math. J. 28, 1978)

DANICA JAKUBÍKOVÁ, Košice: *Systems of unary algebras with common endomorphisms I, II*. Czech. Math. J. 29 (104), (1979), 406—420, 421—249. (Original paper.)

Given a nonempty set  $A$ , the system of all mappings of  $A$  into  $A$  is denoted by  $F(A)$ . For  $f \in F(A)$  let  $H(f)$  be the set of all mappings  $g \in F(A)$  that are permutable with  $f$ . Further let  $\text{Eq}(f) = \{f_1 \in F(A) : H(f) = H(f_1)\}$ . The author proves that  $\text{card Eq}(f) \leq c$  is always valid (independently of the cardinality of the set  $A$ ) and that this estimate is the best possible. If  $f$  is connected (i.e., if for each  $x, y \in A$  there are positive integers  $m, n$  with  $f^n(x) = f^m(y)$ ), then  $\text{card Eq}(f) < \aleph_0$ . These results can be expressed in terms of endomorphisms of monounary algebras.

ŠTEFAN SCHWABIK, MILAN TVRDÝ, Praha: *Boundary value problems for generalized linear differential equations*. Czech. Math. J. 29 (104), (1979), 451—477. (Original paper.)

The paper deals with the boundary value problem  $d\mathbf{x} = d[\mathbf{A}]\mathbf{x} + d\mathbf{f}$ ,  $\int_0^1 d[\mathbf{K}]\mathbf{x} = \mathbf{r}$  for generalized linear differential equations. Under the assumptions less restrictive than in the earlier papers by Tvrđý and Vejvoda the adjoint is found such that the Fredholm alternative holds. Assuming incompatibility of the corresponding homogeneous problem the Green function is found and described.

IVAN DOBRAKOV, Bratislava: *On integration in Banach spaces, III*. Czech. Math. J. 29 (104), 478—499. (Original paper.)

This part deals with products of operator valued measures which are countably additive in strong operator topologies, and with the validity of the Fubini theorem with respect to such products. After proving a necessary and sufficient condition for existence of the product measure, the main task needed for the general Fubini theorem is to establish the measurability of the “partial integral”. Although this problem is not solved in general, the required measurability is proved in five important special cases.

BEDŘICH PONDĚLÍČEK, Praha: *Note on homomorphisms of direct products of algebras*. Czech. Math. J. 29 (104), (1979), 500—501. (Original paper.)

In this note, some remarks to I. Chajda’s paper (Czech. Math. J. 28, 1978) are given.

DANIŠA JAKUBÍKOVÁ, Košice: *System of unary algebras with common endomorphisms*, I, II. Czech. Math. J. 29 (104), (1979), 406—420, 421—429.

Системы унарных алгебр с общими эндоморфизмами I, II. (Оригинальная статья.)

Для любого множества  $A \neq \emptyset$  пусть  $F(A)$  — множество всех отображений  $A$  в  $A$  и для  $f \in F(A)$  пусть  $H(f) = \{g \in F(A) : f(g(x)) = g(f(x)) \text{ для каждого } x \in A\}$  и  $\text{Eq}(f) = \{f_1 \in F(A) : H(f) = H(f_1)\}$ . В статье доказывается, что  $\text{card Eq}(f) \leq c$  (независимо от мощности множества  $A$ ) и что эту оценку нельзя улучшить. Если  $f$  — связное отображение (т.е., если для каждой пары  $x, y \in A$  существуют натуральные числа  $m, n$  такие что  $f^m(x) = f^n(y)$ ), то  $\text{card Eq}(f) < \aleph_0$ . Эти результаты можно сформулировать также на языке моноунарных алгебр.

ŠTEFAN SCHWABIK, MILAN TVRDÝ, Praha: *Boundary value problems for generalized linear differential equations*. Czech. Math. J. 29 (104), (1979), 451—477.

Краевые задачи для обобщенных линейных дифференциальных уравнений. (Оригинальная статья.)

В статье рассматривается краевая задача  $dx = d[A]x + df, d[K]x = r$  для обобщенных линейных дифференциальных уравнений. При предположениях менее ограничивающих чем в предшествующих работах Тврдого и Вейвоты введено понятие сопряженной задачи таким образом, что имеет место альтернатива Фредгольма, и при предположении несовместимости соответствующей однородной задачи найдена и описана функция Грина.

IVAN DOBRAKOV, Bratislava: *On integration in Banach spaces*, III. Czech. Math. J. 29 (104), (1979), 478—499.

Об интегрировании в банаховых пространствах, III. (Оригинальная статья.)

Эта часть посвящена произведениям операторнозначных мер счетно аддитивных в сильной операторной топологии и справедливости теоремы Фубини для таких произведений. Главными ее результатами являются необходимое и достаточное условие для существования произведения мер (Теорема 1) и доказательство измеримости “частного интеграла”, установление которой очень важно для общей теоремы Фубини, в пяти важных частных случаях.

JAN TROJÁK, Praha, Jiří VANŽURA, Olomouc: *A characterization of hyperspheres in the quaternionic space*. Czech. Math. J. 29 (104), (1979), 284—286.

Характеристика гиперболы в пространстве кватернионов. (Оригинальная статья.)

Пространство кватернионов  $H$  вместе с автоморфизмами  $I_1, I_2, I_3$  создает на трехмерном подмногообразии в  $H$  полный параллелизм. В случае, что многообразие  $M$  является гиперсферой  $S^3$ , коэффициенты структуры алгебры Ли векторных полей этого параллелизма характеризуют гиперсферу  $S^3$ . Используемый метод можно применить также к изучению плоских трехмерных подмногообразий. Этой проблеме авторы предполагают посвятить свою следующую статью.