

## Summaries of articles published in this issue

*Czechoslovak Mathematical Journal*, Vol. 30 (1980), No. 1, (171)–(176),(178)

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/101667>

## Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1980

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## SUMMARIES OF ARTICLES PUBLISHED IN THIS ISSUE

(Publication of these summaries is permitted)

KAREL SVOBODA, Brno: *Several new characterizations of the 2-dimensional sphere in  $E^4$* . Czech. Math. J. 29 (104), (1979), 573—583. (Original paper.)

In the paper, there are given some generalizations of the 4-dimensional version of the classical  $H$ -theorem for surfaces in  $E^4$ , proved by means of the pseudoparallelness of the mean curvature vector field.

F.-H. VASILESCU, Bucharest: *Spectral mapping theorem for the local spectrum*. Czech. Math. J. 30 (105), (1980), 28—35. (Original paper.)

Let  $T$  be a closed linear operator acting in a Fréchet space  $X$ . If  $x \in X$  is arbitrary and  $\gamma_T(x)$  denotes the local spectrum of  $T$  at  $x$  then any complex-valued function  $f$ , analytic in a neighbourhood of the spectrum of  $T$  and non-constant in any connected component of its domain of definition, satisfies  $f(\gamma_T(x)) = \gamma_{f(T)}(x)$ .

JOSEF NEDOMA, Praha: *Complete extension of a convex function*. Czech. Math. J. 30 (105), (1980), 36—40. (Original paper.)

The problem discussed in the paper is that of an extension of the definition domain of a convex function in such a way that the closed convex hull of the set of all subgradients of the given function remains, unchanged. It is shown that the solution of the problem is generally not unique. Upper and lower extensions of a convex function are defined and it is proved that each extension  $g$  which fulfils the conditions required satisfies  $f^{\text{low}} \leq g \leq f^{\text{up}}$ . The notion of a complete function is introduced and it is shown that a complete function cannot be further extended. If the given convex function is Lipschitzian then both upper and lower extensions are defined in the whole space and hence they are complete.

BISWA NATH DATTA, Campinas: *A relationship between a Hankel matrix of Markov parameters and the associated matrix polynomial with some applications*. Czech. Math. J. 30 (105), (1980), 71—79. (Original paper.)

In this paper, the author establishes an interesting relationship between the Hankel matrix of Markov parameters of two given polynomials  $f(x)$  and  $g(x)$  and the associated matrix polynomial  $g(A)$  where  $A$  is the companion matrix of  $f(x)$ . Using this relationship, the author demonstrates the equivalence of the well-known Markov stability criterion and a recent result of Barnett on the classical Liénard-Chipart criterion of stability. The author also shows that a recent criterion of aperiodicity of the author is equivalent to the one obtained by Barnett earlier. The author indicates several other applications.

ХАРАКТЕРИСТИКИ СТАТЕЙ, ОПУБЛИКОВАННЫХ  
В НАСТОЯЩЕМ НОМЕРЕ

(Эти характеристики позволено репродуцировать)

KAREL SVOBODA, Brno: *Several new characterizations of the 2-dimensional sphere in  $E^4$* . Czech. Math. J. 29 (104), (1979), 573—583.

Несколько новых характеристик 2-мерной сферы в  $E^4$  (Оригинальная статья.)

В работе доказаны с помощью псевдопараллельности векторного поля средней кривизны некоторые обобщения 4-мерного варианта классической  $H$ -теоремы для поверхностей в  $E^4$ .

IVAN ČHAJDA, Přeřov, VONDAN ZELINKA, Liberec: *Tolerances and convexity*. Czech. Math. J. 29 (104), (1979), 584—587.

Толеранции и выпуклость. (Оригинальная статья.)

Для того, чтобы получить понятие допустимой толеранции на алгебре, достаточно в определении конгруэнции опустить условие транзитивности. Блоком бинарного отношения  $R$  на множестве  $A$  называется такое максимальное подмножество  $B$  множества  $A$ , что  $(x, y) \in R$  для всех  $x \in B, y \in B$ . Доказывается, что каждый блок допустимой толеранции на решетке является ее выпуклой подрешеткой. Обсуждаются также условия для справедливости аналогичного утверждения о полурешетках.

LADISLAV NEBESKÝ, Praha: *On 2-factors in squares of graphs*. Czech. Math. J. 29 (104), (1979), 588—594.

О квадратных факторах в квадратах графов. (Оригинальная статья.)

Пусть  $G$  — граф без изолированных узлов. В статье доказывается, что квадрат графа  $G$  обладает квадратным фактором тогда и только тогда, когда  $|W| \leq 2|N'(W)|$  для каждого  $W \subseteq V^*(G)$ , где выражения  $V^*(G)$  и  $N'(W)$  определены в статье.

ANTONIO AVANTAGGIATI, Roma: *On compact embedding theorems in weighted Sobolev spaces*. Czech. Math. J. 29 (104), (1979), 635—648.

О теоремах о компактном вложении пространств Соболева с весом. (Оригинальная статья.)

В статье приводится общий критерий для компактности вложений пространств Соболева с весом в  $L^p$ -пространства с весом.

P. BOLLEY, Nantes, J. CAMUS, Rennes: *Powers and Gevrey's regularity for a system of differential operators*. Czech. Math. J. 29 (104), (1979), 649—661.

Степени и регулярность Жеврея для системы дифференциальных операторов. (Оригинальная статья.)

Приводятся некоторые результаты о степенях и регулярности Жеврея во внутренности и на границе для системы дифференциальных операторов, расширяющие результаты Котаке-Нарасхимана и Нелсона.

R. C. BROWN, Tuscaloosa, MILAN TVRDÝ, Praha: *Generalized boundary value problems with abstract side conditions and their adjoints, I*. Czech. Math. J. 30 (105), (1980), 7–27. (Original paper.)

The paper deals with the problem of determining adjoints to differential operators in the Banach space  $L_m^p[a, b]$  ( $1 \leq p < \infty$ ) with domains defined by side conditions in a certain locally convex topological vector space.

JOSEF SROVNAL, Olomouc: *On the geometry of a partial product structure*. Czech. Math. J. 30 (105), (1980), 41–64. (Original paper.)

In his papers, A. Švec studied a partial product structure, i.e., a 3-dimensional differentiable manifold with two given tangents at each of its points, and applied the results to the study of real hypersurfaces of  $\mathbb{C}^2$ . In this paper the author explains the geometrical meaning of relative invariants as well as presents some other properties of these important structures.

F. A. HOWES, Davis: *A necessary condition for twin boundary layer behavior*. Czech. Math. J. 30 (105), (1980), 80–83. (Original paper.)

An equation for the constant limiting value of the solution of a boundary value problem having boundary layer behavior at both endpoints is given.

SUI-SUN CHENG, Vancouver: *On a class of fourth order half-linear differential equations*. Czech. Math. J. 30 (105), (1980), 84–97. (Original paper.)

In this paper, a class of fourth order nonlinear differential equations of the form  $x^{(4)} + f(t)g(x, x') = 0$  is studied. Oscillatory behavior of solutions is discussed. Sufficient conditions and necessary conditions for the existence of oscillatory solutions are given.

GARRET J. ETGEN, Houston, ROGER T. LEWIS, Birmingham: *A Hille-Wintner comparison theorem for second order differential systems*. Czech. Math. J. 30 (105), (1980), 98–107. (Original paper.)

The authors study differential equations of the type (i)  $(P(x)y')' + Q(x)y = 0$  with  $x \in \mathbb{R}^+ = [0, \infty)$ ,  $P, Q: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathcal{S}$ , where  $\mathcal{S}$  is the set of selfadjoint operators,  $P, Q$  are continuous and  $P$  is positive definite for each  $x \in \mathbb{R}^+$ . The main aim of the paper is the proof of an analogue of the Hille-Wintner comparison theorem valid for scalar linear differential equations of the second order. The authors compare the equation (i) with a scalar differential equation (ii)  $(r(x)y')' + h(x)y = 0$ , where  $r, h: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$  are continuous,  $r(x) > 0$  for each  $x \in \mathbb{R}^+$  and give conditions under which non-oscillatoricity of (i) implies non-oscillatoricity of (ii) and conversely, oscillatoricity of (ii) implies oscillatoricity of (i). As consequences of this theorem the authors deduce several criteria of oscillatoricity or non-oscillatoricity of the equation  $y'' + Q(x)y = 0$ .

R. C. BROWN, Tuscaloosa, MILAN TVRDÝ, Praha: *Generalized boundary value problems with abstract side conditions and their adjoints*, I. Czech. Math. J. 30 (105), (1980), 7—27.

Обобщенные краевые задачи с абстрактными краевыми условиями и задачи к ним сопряженные. (Оригинальная статья.)

В работе получена аналитическая форма бинарных отношений, сопряженных к линейным операторам действующим в пространстве  $L_p^n[a, b]$  ( $1 \leq p < \infty$ ) и порожденным линейными краевыми задачами с условиями в некотором линейном топологическом пространстве.

F.-H. VASILESCU, Bucharest: *Spectral mapping theorem for the local spectrum*. Czech. Math. J. 30 (105), (1980), 28—35.

Спектральная теорема об отображениях локальных спектров. (Оригинальная статья.)

Пусть  $T$  — замкнутый линейный оператор в пространстве Фреше  $X$  и пусть для произвольной точки  $x \in X$   $\gamma_T(x)$  обозначает локальный спектр оператора  $T$  в этой точке. Доказывается, что для каждой комплексной функции  $f$ , аналитической в окрестности спектра оператора  $T$  и непостоянной в каждой компоненте своей области определения, имеет место равенство  $f(\gamma_T(x)) = \gamma_{f(T)}(x)$ .

JOSEF NEDOMA, Praha: *Complete extension of a convex function*. Czech. Math. J. 30 (105), (1980), 36—40.

Полное распространение выпуклой функции. (Оригинальная статья.)

В статье обсуждается вопрос распространения выпуклой функции, при котором замыкание выпуклой оболочки множества всех субградиентов не меняется. Показывается, что в общем случае решение этой проблемы не единственно. Определяются т.н. верхнее и нижнее распространения —  $f^{\text{up}}$  и  $f^{\text{low}}$  — выпуклой функции  $f$  и доказывается, что каждое распространение  $g$ , удовлетворяющее сформулированному выше условию, удовлетворяет неравенству  $f^{\text{low}} \leq g \leq f^{\text{up}}$ . Вводится также понятие полной функции и показывается, что полная функция не обладает собственным распространением. Если данная выпуклая функция удовлетворяет условию Липшица, то верхнее и нижнее распространения определены во всем пространстве и поэтому полны.

JOSEF SROVNAL, Olomouc: *On the geometry of a partial product structure*. Czech. Math. J. 30 (105), (1980), 41—64.

О геометрии структур частичного произведения. (Оригинальная статья.)

А. Швец изучал структуры частичного произведения, т. е. трехмерные дифференцируемые многообразия с двумя заданными касательными векторами в каждой их точке, и применил полученные результаты к изучению действительных гиперповерхностей в  $\mathbb{C}^2$ . В этой статье автор объясняет геометрический смысл относительных инвариантов и приводит также некоторые другие свойства этих важных структур.

CHARLES KAHANE, Nashville: *Generalizations of Riemann-Lebesgue and Cantor-Lebesgue lemmas*. Czech. Math. J. 30 (105), (1980), 108–117. (Original paper.)

The purpose of this paper is to consider the problem of evaluating limits of the type  $\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \int_1^{\lambda} f(t) \beta(\lambda t) dt$  under various assumptions regarding the functions  $f$  and  $\beta$  and the interval  $I$ .

A. MUIR, M. W. WARNER, London: *Homogeneous tolerance spaces*. Czech. Math. J. 30 (105), (1980), 118–126. (Original paper.)

Tolerance spaces are discussed and definitions, different from those usually employed, are given for product spaces and function spaces. This leads to a non-trivial theory of tolerance groups and to a classification of homogeneous tolerance spaces, suitably defined, in terms of their homeomorphism groups.

JÁN JAKUBÍK, Košice: *Generalized lattice identities in lattice ordered groups*. Czech. Math. J. 30 (105), (1980), 127–134. (Original paper.)

Let  $f_1, f_2, g_1, g_2$  be lattice polynomials (of a finite or an infinite number of variables). Let  $\mathcal{X}$  be the class of all lattice ordered groups fulfilling the quasiidentity  $f_1 = f_2 \Rightarrow g_1 = g_2$ . In this paper it is proved that  $\mathcal{X}$  is a radical class.

ŠTEFAN SCHWARZ, Bratislava: *The Euler-Fermat theorem for the semigroup of circulant Boolean matrices*. Czech. Math. J. 30 (105), (1980), 135–141. (Original paper.)

For any finite semigroup  $S$  there exist two integers  $K$  and  $D$  such that  $a^K = a^{K+D}$  for any  $a \in S$ . The least possible values of  $K$  and  $D$  for the semigroup mentioned in the title are given.

JÁN JAKUBÍK, Košice: *Isometries of lattice ordered groups*. Czech. Math. J. 30 (105), (1980), 142–152. (Original paper.)

An isometry of a lattice ordered group  $G$  is a one-to-one mapping  $f$  of  $G$  onto  $G$  such that, for each pair  $x, y \in G$ , we have  $|x - y| = |f(x) - f(y)|$  and  $f([x \wedge y, x \vee y]) = [f(x) \wedge f(y), f(x) \vee f(y)]$ . If, moreover,  $f(0) = 0$ , then  $f$  is said to be a 0-isometry. Each isometry is a composition of a 0-isometry and a translation. In this paper it is proved that there exists a one-to-one correspondence between 0-isometries of  $G$  and direct factors of  $G$ .

BISWA NATH DATTA, Campinas: *A relationship between a Hankel matrix of Markov parameters and the associated matrix polynomial with some applications*. Czech. Math. J. 30 (105), (1980), 71—79.

Взаимоотношение ханкелевой матрицы параметров Маркова и ассоциированного матричного многочлена и некоторые его приложения. (Оригинальная статья.)

В статье устанавливается интересная связь между ханкелевой матрицей параметров Маркова двух многочленов  $f(x)$  и  $g(x)$  и ассоциированного матричного многочлена  $f(A)$ , где  $A$  — матрица многочлена  $f(x)$ . В качестве ее приложения доказывается эквивалентность хорошо известного критерия устойчивости Маркова и недавнего результата Барнетта о классическом критерии устойчивости Лиенарда-Чипарта. Показывается также, что недавний критерий аperiodичности автора эквивалентен критерию, полученному раньше Барнеттом. Намечается и несколько других приложений.

SUI-SUN CHENG, Vancouver: *On a class of fourth order half-linear differential equations*. Czech. Math. J. 30 (105), (1980), 84—97.

Об одном классе полулинейных дифференциальных уравнений четвертого порядка. (Оригинальная статья.)

В статье изучаются нелинейные дифференциальные уравнения вида  $x^{(4)} + f(t)g(x, x'') = 0$ . Обсуждается колебательное поведение решений и найдены необходимые и достаточные условия для существования колебательных решений.

GARRET J. ETGEN, Houston, ROGER T. LEWIS, Birmingham: *A Hille-Wintner comparison theorem for second order differential systems*. Czech. Math. J. 30 (105), (1980), 98—107.

Теорема сравнения Хилла-Винтнера для систем дифференциальных уравнений второго порядка. (Оригинальная статья.)

Автор исследует дифференциальные уравнения типа (i)  $(P(x)y')' + Q(x)y = 0$ , где  $x \in \mathbb{R}^+ = [0, +\infty)$  и  $P, Q: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathcal{S}$  — непрерывные отображения в пространство самосопряженных операторов  $\mathcal{S}$ , причем  $P(x)$  — положительно определенный оператор для каждого  $x \in \mathbb{R}^+$ . Главной целью статьи является доказательство аналога теоремы сравнения Хилла-Винтнера, имеющей место для скалярных линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Автор сравнивает уравнение (i) с скалярным уравнением (ii)  $(r(x)y')' + h(x)y = 0$ , где  $r, h: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$  — непрерывные функции и  $r(x) > 0$  для всех  $x \in \mathbb{R}^+$ , и приводит условия, при выполнении которых из того, что уравнение (i) является неосциллирующим, следует, что и уравнение (ii) является неосциллирующим, и, наоборот, из того, что уравнение (ii) является осциллирующим, следует, что также уравнение (i) является осциллирующим. В качестве следствий этой теоремы автор затем выводит несколько критериев для того, чтобы уравнение  $y'' + Q(x)y = 0$  было осциллирующим соответственно неосциллирующим.

CHARLES KAHANE, Nashville: *Generalizations of Riemann-Lebesgue and Cantor-Lebesgue lemmas*. Czech. Math. J. 30 (105), (1980), 108—117.

Обобщение лемм Римана-Лебега и Кантора-Лебега. (Оригинальная статья.)

В статье рассматриваются пределы типа  $\lim_{\lambda \rightarrow a} \int_I f(t) \beta(\lambda t) dt$  при различных предположениях относительно функций  $f$  и  $\beta$  и интервала  $I$ .

A. MUIR, M. W. WARNER, London: *Homogeneous tolerance spaces*. Czech. Math. J. 30 (105), (1980), 118—126.

Однородные толерантные пространства. (Оригинальная статья.)

Автор рассматривает толерантные пространства и приводит определения произведения пространств и пространств отображений, отличающиеся от обычно используемых. Это ведет к нетривиальной теории толерантных групп и к классификации однородных толерантных пространств (определенных подходящим образом) при помощи их групп гомеоморфизмов.

JÁN JAKUBÍK, Košice: *Generalized lattice identities in lattice ordered groups*. Czech. Math. J. 30 (105), (1980), 127—134.

Обобщенные тождества в структурно упорядоченных группах. (Оригинальная статья.)

Пусть  $f_1, f_2, g_1, g_2$  — структурные полиномы (число переменных в этих полиномах может быть бесконечным). Пусть  $\mathcal{X}$  — класс всех структурно упорядоченных групп, в которых имеет место квазитожество  $f_1 = f_2 \Rightarrow g_1 = g_2$ . В статье доказано, что  $\mathcal{X}$  является радикальным классом.

ŠTEFAN SCHWARZ, Bratislava: *The Euler-Fermat theorem for the semigroup of circulant Boolean matrices*. Czech. Math. J. 30 (105), (1980), 135—141.

Теорема Эйлера-Фермата для полугруппы булевых циркулянтных матриц. (Оригинальная статья.)

Для всякой конечной полугруппы  $S$  существуют целые числа  $K$  и  $D$  так, что  $a^K = a^{K+D}$  для всех  $a \in S$ . В статье найдены наименьшие значения чисел  $K$  и  $D$  для полугруппы булевых циркулянтных матриц.

JÁN JAKUBÍK, Košice: *Isometries of lattice ordered groups*. Czech. Math. J. 30 (105), (1980), 142—152.

Изометрии структурно упорядоченных групп. (Оригинальная статья.)

Изометрия структурно упорядоченной группы  $G$  определяется как одно-однозначное отображение  $G$  на  $G$  такое, что  $|x - y| = |f(x) - f(y)|$  и  $f([x \wedge y, x \vee y]) = [f(x) \wedge f(y), f(x) \vee f(y)]$  для всех  $x, y \in G$ . Если, кроме того  $f(0) = 0$ , то  $f$  называется 0-изометрией. Каждую изометрию можно представить как сложение 0-изометрии и трансляции. В этой статье доказывается, что существует одно-однозначное соответствие между 0-изометриями и прямыми сомножителями структурно упорядоченной группы  $G$ .