

Summaries of articles published in this issue

Czechoslovak Mathematical Journal, Vol. 32 (1982), No. 2, (347)–(352)

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/101808>

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1982

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

SUMMARIES OF ARTICLES PUBLISHED IN THIS ISSUE

(Publication of these summaries is permitted)

MILOSLAV JŮZA, Praha: *About the sixth Hilbert's problem*. Czech. Math. J. 32 (107), (1982), 1–52. (Original paper.)

Axioms for the mechanics of a system of material points are given, some theorems are deduced from these axioms and consistency and independence of the axioms is proved.

JÍŘÍ MOČKOŘ, Ostrava: *Semivaluations and d -groups*. Czech. Math. J. 32 (107), (1982), 77–89. (Original paper.)

In the first part of the paper the author deals with properties of groups of divisibility which enable him to investigate algebraic properties of integral domains. Methods of the theory of d -groups are frequently used. In the second part it is proved that the only directed orders on the group of integers Z which produce groups of divisibility are the two obtained by taking as positive elements either Z_+ or Z_- .

FRANTIŠEK ŠIK, Brno: *Durch Relationen induzierte Topologien*. Czech. Math. J. 32 (107), (1982), 90–98. (Original paper.)

M und G seien nichtleere Mengen und $\mathcal{E}(G^M) = \{R \subseteq G^M: x \in M \Rightarrow \exists f, g \in R, f(x) \neq g(x)\}$. Jeder Relation $R \in \mathcal{E}(G^M)$ sei eine binäre Relation $\varrho(R)$ auf 2^M wie folgt zugeordnet: $A \varrho(R) B \equiv [f \in R \Rightarrow \exists! g \in R, f|_{A \cup B} = g|_{A \cup B}]$ ($A, B \subseteq M$). Dann erfüllt $r = \varrho(R)$ bestimmte vier Bedingungen (§ 3). Sei $A(M)$ die Menge aller solchen Relationen $r \subseteq 2^M \times 2^M$. $r \in A(M)$ ist eine Quasiordnung in 2^M ; sei \bar{r} die zugehörige Zerlegung auf 2^M und A^r das grösste Element des $A(\subseteq M)$ enthaltenden \bar{r} -Blocks. Die Abbildung $u_r: A \rightarrow A^r$ ($A \subseteq M$) ist eine Topologie auf M . Es sind zwei Probleme gelöst: (a) Existiert zu jeder Topologie u auf M eine Menge G und $R \in \mathcal{E}(G^M)$ so, dass $u_{\varrho(R)} = u$? (b) Charakteristische Bedingungen für $r \subseteq 2^M \times 2^M$ bestimmen so, dass eine Menge G und $R \in \mathcal{E}(G^M)$ mit $r = \varrho(R)$ existiert.

CH. G. PHILOS, Y. G. SFICAS, Ioannina: *Oscillatory and asymptotic behavior of second and third order retarded differential equations*. Czech. Math. J. 32 (107), (1982), 169–182. (Original paper.)

In this paper the authors deal with second and third order retarded differential equations and give some results on their oscillatory and asymptotic behavior which are analogous to the Kneser type ones for second and third order ordinary differential equations.

RICHARD C. BROWN, Tuscaloosa, MILAN TVRDÝ and OTTO VEJVODA, Praha: *Duality theory for linear n -th order integro-differential operators with domain in L_m^p determined by interface side conditions*. Czech. Math. J. 32 (107), (1982), 183–196. (Original paper.)

In the paper the authors develop a duality theory for linear integro-differential operators in the space L_m^p of m -vector valued functions L^p -integrable on $[0, 1]$ determined by interface side conditions.

ХАРАКТЕРИСТИКИ СТАТЬЕЙ, ОПУБЛИКОВАННЫХ
В НАСТОЯЩЕМ НОМЕРЕ

(Эти характеристики позволено репродуцировать)

MILOSLAV JŮZA, Praha: *About the sixth Hilbert's problem*. Czech. Math. J. 32 (107), (1982), 1—52.

О шестой проблеме Гильберта. (Оригинальная статья.)

В статье сформулированы аксиомы для механики системы материальных точек, доказаны их непротиворечивость и независимость и выведены некоторые их следствия.

Jiří Močkoř, Ostrava: *Semivaluations and d-groups*. Czech. Math. J. 32 (107), (1982), 77—89.

Семи-нормирования и d -группы. (Оригинальная статья.)

В первой части работы автор изучает свойства групп делимости, дающие возможность исследовать алгебраические свойства областей целостности. Во второй части работы доказывается, что единственными направлениями упорядочениями группы Z целых чисел, порождающими группу делимости, являются упорядочения, имеющие в качестве множества положительных элементов либо Z_+ либо Z_- .

FRANTIŠEK ŠIK, Brno: *Durch Relationen induzierte Topologien*. Czech. Math. J. 32 (107), (1982), 90—98.

Топологии индуцированные отношениями. (Оригинальная статья.)

Пусть M и G — непустые множества и $\mathcal{E}(G^M) = \{R \subseteq G^M: x \in M \Rightarrow \exists f, g \in R, f(x) \neq g(x)\}$. Для каждого $R \in \mathcal{E}(G^M)$ пусть $r = \varrho(R)$ — бинарное отношение на 2^M , определенное формулой $A \varrho(R) B \equiv [f \in R \Rightarrow \exists! g \in R, f|_{A \cup B} = \varrho|_{A \cup B}] (A, B \subseteq M)$, и пусть $A(M)$ — множество всех таких отношений r . Доказывается, что каждое $r \in A(M)$ является отношением квазиупорядка на 2^M . Пусть \bar{r} — соответствующее разбиение множества 2^M и для каждого $A \subseteq M$ пусть A^r — наибольший элемент \bar{r} -класса, содержащего A . Доказывается, что отображение $u_r: A \rightarrow A^r (A \subseteq M)$ является топологией на M , и решаются следующие две проблемы: (а) Существуют ли для всякой топологии u на M множество G и $R \in \mathcal{E}(G^M)$ так, что $u = u_{\varrho(R)}$? (б) Характеризовать отношения $r \subseteq 2^M \times 2^M$, представимые в виде $r = \varrho(R)$ для некоторого множества G и некоторого $R \in \mathcal{E}(G^M)$.

JÁN OHRISKA, Košice: *Oscillation of n -th order linear and nonlinear delay differential equations*. Czech. Math. J. 32 (107), (1982), 271—274.

Колеблемость линейных и нелинейных дифференциальных уравнений n -го порядка с запаздыванием. (Оригинальная статья.)

В работе рассматривается уравнение $u^{(n)}(t) + p(t) |u(\tau(t))|^\alpha \operatorname{sign} u(\tau(t)) = 0$ (1) при предположении, что $0 \leq p(t) \in C_{[t_0, \infty)}$, $\tau(t) \in C_{[t_0, \infty)}$, $\tau(t) \leq t$, $\lim_{t \rightarrow \infty} \tau(t) = \infty$, $n \geq 2$, $\alpha \geq 1$. Главным результатом являются достаточные условия для того, чтобы любое решение уравнения (1) при четном n было колеблющимся а при нечетном n либо колеблющимся, либо монотонно стремящимся к нулю при $t \rightarrow \infty$.

Сн. G. PHLOS, Y. G. SFICAS, Ioannina: *Oscillatory and asymptotic behavior of second and third order retarded differential equations*. Czech. Math. J. 32 (107), (1982), 169—182.

Осцилляционное и асимптотическое поведение дифференциальных уравнений второго и третьего порядков с запаздывающим аргументом. (Оригинальная статья.)

Авторы рассматривают дифференциальные уравнения второго и третьего порядков с запаздывающим аргументом и доказывают несколько результатов о их осцилляционном и асимптотическом поведении, аналогичных результатам Кнезера об обыкновенных дифференциальных уравнениях второго и третьего порядков.

RICHARD C. BROWN, Tuscaloosa, MILAN TVRDÝ, OTTO VEJVODA, Praha: *Duality theory for linear n -th order integro-differential operators with domain in L_m^p determined by interface side conditions*. Czech. Math. J. 32 (107), (1982), 183—196.

Теория двойственности для линейных интегродифференциальных операторов n -го порядка в пространстве L_m^p , определенных межповерхностными краевыми условиями. (Оригинальная статья.)

В работе развивается теория двойственности для линейных интегродифференциальных операторов n -го порядка в пространстве L_m^p m -векторнозначных L_m^p -суммируемых на $[0, 1]$ функций, определенных межповерхностными краевыми условиями.

W. N. EVERITT, Dundee: *On the transformation theory of ordinary second-order linear symmetric differential expressions*. Czech. Math. J. 32 (107), (1982), 275—306.

О теории преобразований симметрических линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. (Оригинальная статья.)

В статье рассматриваются различные преобразования, включая классические преобразования Лиувилля, линейного дифференциального уравнения $M[y] = \lambda S[y]$ на промежутке I , где M и S — симметрические (формально самосопряженные) дифференциальные операторы второго и третьего порядков соответственно, и λ — комплексный параметр. Доказывается, что эти преобразования сохраняют все или по крайней мере некоторые классические результаты о симметрических дифференциальных уравнениях.

DANICA JAKUBÍKOVÁ - STUDENOVSKÁ, Košice: *Partial monounary algebras with common congruence relations*. Czech. Math. J. 32 (107), (1982), 307—328.

Частичные моноунарные алгебры с общими отношениями конгруэнтности. (Оригинальная статья.)

Пусть A — непустое множество, F — система всех частичных унарных операций на A и $E(A)$ — множество всех отношений эквивалентности на A . Для $f \in F$ пусть дальше $R(f) = \{g \in F: \text{Con}(A, f) = \text{Con}(A, g)\}$. В статье доказан следующий результат: Предположим, что (а) $\text{Con}(A, f) \neq E(A)$ и что (б) существуют элементы $x, y \in A$, для которых $f(y) = x$ и $f(x)$ не определено. Тогда $\text{card } R(f) \leq 4$, и эту оценку нельзя улучшить.

JÍŘÍ VINÁREK, Praha: *On subdirect irreducibility and its variants*. Czech. Math. J. 32 (107), (1982), 116—128. (Original paper.)

The concept of subdirect irreducibility was introduced for algebras by Birkhoff in 1967. For the general concrete categories, his definition can be extended, roughly speaking, as follows: a subdirectly irreducible object is one that cannot be constructed from simpler objects by using products and subobjects. In this paper a characterization of subdirectly irreducible objects for semiregular categories is given, in particular for graphs, relational systems, topological spaces etc. Also, some variants of subdirect irreducibility, necessary for infinite objects, are formulated and it is proved that these variants are non-equivalent.

JAROSLAV JEŽEK, Praha: *The lattice of equational theories*. Part III: Definability and automorphisms. Czech. Math. J. 32 (107), (1982), 129—164. (Original paper.)

For any type \mathcal{A} , the set of one-based equational theories of type \mathcal{A} and the set of finitely based equational theories of type \mathcal{A} are proved to be first-order definable in the lattice of all equational theories of type \mathcal{A} ; moreover, any finitely based equational theory of type \mathcal{A} is proved to be definable up to automorphisms in this lattice. The automorphism group of the lattice of equational theories of type \mathcal{A} is completely described for any type \mathcal{A} .

MILAN KUČERA, Praha: *A new method for obtaining eigenvalues of variational inequalities: Operators with multiple eigenvalue*. Czech. Math. J. 32 (107), (1982), 197—207. (Original paper.)

Let K be a closed convex cone in a Hilbert space H , $A: H \rightarrow H$ a linear symmetric completely continuous operator. The paper deals with an eigenvalue problem for the variational inequality (I) $u \in K$, (II) $(\lambda u - Au, v - u) \geq 0$ for all $v \in K$. It is proved that under certain assumptions there exists a connected and unbounded in ε branch of solutions $[\lambda, u, \varepsilon] \in \mathbf{R} \times H \times \mathbf{R}$ of the corresponding equation with the penalty $\lambda u - Au + \varepsilon \beta u = 0$, starting with $\varepsilon = 0$ at a given eigenvalue λ_0 of the operator A and converging to a new eigenvalue λ_∞ and eigenvector u_∞ of the variational inequality (I), (II) if $\varepsilon \rightarrow +\infty$. In some cases, this method yields the existence of infinitely many eigenvalues of (I), (II) converging to zero with the corresponding eigenvectors on the boundary of K . Unlike in the author's previous papers concerning this topic, no assumption about the multiplicity of the initial eigenvalue λ_0 is necessary.

JÁN OHRISKA, Košice: *Oscillation of n -th order linear and nonlinear delay differential equations*. Czech. Math. J. 32 (107), (1982), 271—274. (Original paper.)

The equation (1) $u^{(n)}(t) + p(t) |u(\tau(t))|^\alpha \operatorname{sign} u(\tau(t)) = 0$ is investigated, where $0 \leq p(t) \in C_{[t_0, \infty)}$, $\tau(t) \in C_{[t_0, \infty)}$, $\tau(t) \leq t$, $\lim_{t \rightarrow \infty} \tau(t) = \infty$, $n \geq 2$, $\alpha \geq 1$. In this paper sufficient conditions are given for all solutions of (1) to be oscillatory if n is even and for every solution of (1) to be either oscillatory or strongly monotone if n is odd (in the case $\alpha \geq 1$, $\tau(t) \leq t$ and also in the case $\alpha = 1$, $\tau(t) \equiv t$).

MILAN KUČERA, Praha: *Bifurcation points of variational inequalities*. Czech. Math. J. 32 (107), (1982), 208–226. (Original paper.)

Let K be a closed convex cone in a Hilbert space H with its vertex at the origin. Let $A: H \rightarrow H$ be a linear (in general nonsymmetric) completely continuous operator, $N: \mathbf{R} \times H \rightarrow H$ a nonlinear completely continuous operator satisfying the condition $\lim_{\|v\| \rightarrow 0} (N(\mu, v)/\|v\|) = 0$ uniformly on bounded μ -intervals. An arbitrary couple of simple characteristic values $\mu^{(0)}, \mu^{(1)}$ ($0 < \mu^{(0)} < \mu^{(1)}$) of the operator A having eigenvectors $u^{(0)}, u^{(1)}$, respectively, in the interior of K (with $-u^{(0)}, -u^{(1)} \notin K$) is considered. Under certain assumptions it is proved that there exists a bifurcation point $[\mu_\infty, 0]$ of the variational inequality (I) $v \in K$, (II) $\langle v - \mu Av + N(\mu, v), w - v \rangle \geq 0$ for all $w \in K$ with $\mu_\infty \in (\mu^{(0)}, \mu^{(1)})$. In some cases this ensures the existence of an infinite sequence of bifurcation points of (I), (II). The proof is based on a known global bifurcation result, which is applied to the corresponding equation with penalty.

ŠTEFAN SCHWABIK, Praha: *Generalized Volterra integral equations*. Czech. Math. J. 32 (107), (1982), 245–270. (Original paper.)

The basic theory of nonlinear Volterra integral equations is developed in the case when the generalized Perron integral is used. It is shown that the case of classical Volterra integral equations is covered by this new concept. Existence, uniqueness, continuous dependence and connectedness of the solution funnel are discussed for this generalization of Volterra integral equations.

W. N. EVERITT, Dundee: *On the transformation theory of ordinary second-order linear symmetric differential expressions*. Czech. Math. J. 32 (107), (1982), 275–306. (Original paper.)

This paper is concerned with the transformation theory of the second-order linear scalar differential equation $M[y] = \lambda S[y]$ on I where M and S are symmetric (formally self-adjoint) differential expressions of the second and first order, respectively. λ is a complex-valued parameter, and I is an arbitrary interval of the real line. A number of transformations are considered, including the classical Liouville transformation, which are shown to have certain unitary properties for solutions of the differential equation, and to preserve all or some of the classification results for symmetric differential equations.

DANICA JAKUBÍKOVÁ - STUDENOVSKÁ, Košice: *Partial monounary algebras with common congruence relations*. Czech. Math. J. 32 (107), (1982), 307–328. (Original paper.)

Let $A \neq \emptyset$ be a set and let F be the system of all partial unary operations on A . If $f \in F$, we put $R(f) = \{g \in F : \text{Con}(A, f) = \text{Con}(A, g)\}$. In this paper it is proved that if $f \in F$ is such that (i) $\text{Con}(A, f)$ does not coincide with the system of all equivalence relations on A , and (ii) there are elements $x, y \in A$ with $f(y) = x$ and $f(x)$ is not defined, then $\text{card } R(f) \leq 4$, and this estimate is the best possible.

MILAN KUČERA, Praha: *A new method for obtaining eigenvalues of variational inequalities: Operators with multiple eigenvalues.* Czech. Math. J. 32 (107), (1982), 197—207.

Новый метод получения собственных значений вариационных неравенств: Операторы с кратными собственными значениями. (Оригинальная статья.)

Пусть K — замкнутый выпуклый конус в пространстве Гильберта H и $A : H \rightarrow H$ — линейный симметричный вполне непрерывный оператор. В статье рассматривается вариационное неравенство (I) $u \in K$, (II) $\langle \lambda u - Au, v - u \rangle \geq 0$ для всех $v \in K$, и доказывается, что при некоторых предположениях существует связанное замкнутое и неограниченное в ε множество решений $[\lambda, u, \varepsilon] \in \mathbf{R} \times H \times \mathbf{R}$ соответствующего уравнения со штрафом $\lambda u - Au + \varepsilon \beta u = 0$, выходящее при $\varepsilon = 0$ из заданного собственного числа λ_0 оператора A и стремящееся при $\varepsilon \rightarrow +\infty$ к собственному значению λ_∞ и собственному вектору u_∞ вариационного неравенства (I), (II). В некоторых случаях этот метод дает существование бесконечной последовательности собственных значений неравенства (I), (II) с соответствующими собственными векторами на границе K . В отличие от прежних работ автора не делаются никакие предположения о кратности собственного значения λ_0 .

MILAN KUČERA, Praha: *Bifurcation points of variational inequalities.* Czech. Math. J. 32 (107), (1982), 208—226.

Точки ветвления вариационных неравенств. (Оригинальная статья.)

Пусть K — замкнутый выпуклый конус в пространстве Гильберта H с вершиной в начале, A — линейный вполне непрерывный оператор в H и N — вполне непрерывное отображение пространства $\mathbf{R} \times H$ в H , удовлетворяющее условию $\lim_{\|v\| \rightarrow 0} (N(\mu, v) / \|v\|) = 0$ равномерно на ограниченных μ -интервалах. Рассматривается любая пара характеристических значений $\mu^{(0)}, \mu^{(1)}$ ($0 < \mu^{(0)} < \mu^{(1)}$) оператора A , обладающих собственными векторами $u^{(0)}, u^{(1)}$ внутри K , и при некоторых предположениях доказывается существование точки ветвления $[\mu_\infty, 0]$ вариационного неравенства (I) $v \in K$, (II) $\langle v - \mu Av + N(\mu, v), w - v \rangle \geq 0$ для всех $w \in K$, такой, что $\mu_\infty \in (\mu^{(0)}, \mu^{(1)})$. В некоторых случаях это влечет за собой существование бесконечной последовательности точек ветвления вариационного неравенства (I), (II). Доказательство основано на одном известном глобальном результате теории ветвления, который применяется к уравнению со штрафом.

ŠTEFAN SCHWABIK, Praha: *Generalized Volterra integral equations.* Czech. Math. J. 32 (107), (1982), 245—270.

Обобщенные интегральные уравнения Вольтерра. (Оригинальная статья.)

В работе развивается основная теория нелинейных интегральных уравнений Вольтерра в случае, когда используется обобщенный интеграл Перрона. Показано, что классические уравнения Вольтерра являются частным случаем этого понятия. Для обобщенных уравнений Вольтерра рассматриваются вопросы существования, однозначности, непрерывной зависимости решений и доказана теорема типа Кнезера.