

# Aplikace matematiky

---

## Recense

*Aplikace matematiky*, Vol. 2 (1957), No. 4, 314--316

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/102579>

## Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1957

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## RECENSE

*Gh. Mihoc, H. Ionescu: Curs de matematici pentru statisticieni și economiști.*  
(*Gh. Mihoc, H. Ionescu: Kurs matematiky pro statistiky a ekonomy.*) Vydalo Technické nakladatelství (Editura Tehnică), București 1956, 707 stran.

Kniha vyšla v Technickém nakladatelství RPR jako učebnice matematiky pro Ústav ekonomické statistiky a plánování. Zahrnuje látku asi dvou až třísemestrového kursu věnovaného jednak samotné matematice, jednak jejím aplikacím, zejména v oblasti finanční matematiky a pojišťovnictví. Svou úrovní i zpracováním by v našich poměrech odpovídala poměrně zcela vhodné učebnici pro první dva ročníky dnes již neexistující Vysoké školy speciálních nauk, resp. jejího směru statisticko-pojistného inženýrství.

Kniha se skládá v podstatě ze dvou částí. V první (kapitola I—XIX, 380 stran) jsou vloženy matematické partie, a to: lineární algebra, analýsa i geometrie (analytická i diferenciální) v rozsahu přiměřeném technické úrovni. Je psána elementárně, důraz je kladen spíše na početní techniku, důkazy jsou sice prováděny, ale bez zřetele k logickým jemnostem. Předpokládá se znalost reálných čísel (s hlediska počítání s nimi), u většiny kapitol jsou cvičení s odpověďmi na konci knihy, hodně příkladů je řešeno přímo v textu.

Pro informaci uvedme názvy kapitol: I. Kombinatorika, II. Determinanty, III. Lineární rovnice, IV. Funkce, V. Elementární funkce, VI. Řady, VII. Číslo  $e$ , VIII. Derivace, IX. Vlastnosti spojité funkce, X. Formule Taylorova a MacLaurinova, XI. Funkce více proměnných, XII. Maxima a minima, XIII. Diferenciály, XIV. Analytická geometrie v rovině, XV. Analytická geometrie v prostoru, XVI. Geometrické aplikace dif. počtu (křivky, plochy, křivost, Frenetovy vzorce), XVII. Grafické znázornění funkcí (s elementy nomografie), XVIII. Integrální počet (Riemannův integrál jednorozměrný), XIX. Elementární pravidla řešení diferenciálních rovnic (nejjednodušší typy a zmínka o rovnicích  $n$ -tého řádu s konstantními koeficienty).

Zbývající pět kapitol (XX—XXIV, 300 stran) je věnováno speciálním disciplinám, užitečným okruhu čtenářů, jimž je kniha určena. Jsou to: XX. Počet pravděpodobnosti (jen ty neelementárnější základy klasické teorie až do Čebyševovy nerovnosti a Bernoulli-ova zákona velkých čísel), XXI. Interpolace a vyrovnávání, (interpolace metody Newtonova a Lagrangeova, o ostatních (Stirling, Bessel, Gauss, Everett) jen zmínka, důraz je kladen na vyrovnávání (mechanické a analytické) — metoda nejmenších čtverců, parabolické i metoda momentů (!)), XXII. Základy finanční matematiky (úrokování, důchody, umořování — jen elementární teorie), XXIII. Teorie pojišťování (skoro 90 stran: životní důchod (jeho různé formy), pojištění na úmrtí (různé formy výpočtu pojistného a rezerv) — opět jen elementární teorie klasického typu), XXIV. Základy matematické statistiky (základní soubory: diskretní rozložení, grafické znázornění, střední hodnoty; konkrétní rozložení: normální, binomické, hypergeometrické, Poissonovo,  $\chi^2$ ; výběr: výběrová rozložení, urnová schemata).

Kniha, jak zřejmo, nevyniká nijak nad běžnou úroveň podobných elementárních učebnic. Je poměrně slušně vytištěna, na dobrém papíře, tiskových chyb je průměrné procento.

František Zitek

*Dougird Zygmunt: Krakowiany i ich zastosowanie w mechanice budowli.* (Dougird Zygmunt: Krakowiany a jejich použití ve stavební mechanice.) Vydalo Państwowe wydawnictwo naukowe, Warszawa 1956, 168 stran, cena 18,— zl.

V úvodní kapitole jsou popsány základní pojmy z teorie krakowianů, která je malou obměnou teorie matic. Krakowian je definován i označován stejně jako matice, slučování krakowianů je rovněž definováno stejně jako slučování matic. Jen v definici násobení se krakowianová operace liší od maticové. Zatím co při násobení matic násobíme, stručně řečeno, „řádek sloupcem“, u krakowianů násobíme „sloupec sloupcem“. Dva krakowiany lze spolu vynásobit jen tehdy, mají-li oba stejný počet  $m$  řádků. Pro prvky součinnu  $C = AB$  platí

$$d_{ij} = \sum_{k=1}^m a_{kj} b_{ki}$$

(první index každého prvku značí řádek, druhý sloupec, v němž prvek leží).

Násobení krakowianů lze snadno zmechanisovat tak, že se formulář s jedním krakowianem postupně přikládá jednotlivými sloupci ke sloupcům druhého krakowianu. Stejně výhody lze ovšem dosáhnout při násobení matic tím, že jednu z matic napíšeme v transponovaném tvaru. Násobení krakowianů má značnou nevýhodu v tom, že není asociativní (na rozdíl od násobení matic), t. j., že je obecně  $(AB)C \neq A(BC)$ . Platí vztah  $(AB)C = A(CB_0)$ ; symbolem  $B_0$  autor označuje krakowian transponovaný ke krakowianu  $B$ . Tato vlastnost násobení se mimo jiné nepříjemně projevuje u mocnin krakowianu. Jsou definovány dva druhy umocňování krakowianů: jednak „obyčejné“,  $A^m = AA \dots A$ , jednak „maticové“,  $A^{(m)} = AA_0 \dots A_0$  (O součinnu  $ACBD \dots$  napsaném bez závorek se předpokládá, že se násobení provádí v pořadí  $\{[(AB)C]D\} \dots$ ). Ani pro jeden z těchto druhů mocnin není možno násobit dvě mocniny krakowianu  $A$  sečtením exponentů, neboť je na příklad  $A^2 A^3 = (AA)(AAA) = AAA_0 A_0 A \neq A^5$ . Uvedená vlastnost násobení krakowianů způsobuje, že úvahy se často zkomplikují, použije-li se krakowianů místo matic.

Převážná část dalšího obsahu knihy se zabývá numerickými metodami řešení soustav lineárních algebraických rovnic, odvozenými pomocí krakowianů. Jsou popsána praktická schemata pro formulářový výpočet metodou rozkladu krakowianu soustavy na součin dvou redukovaných (trojúhelníkových) krakowianů, což je v podstatě eliminační metoda. Uvedená schemata odpovídají dvěma nejběžnějším modifikacím eliminační metody

(při jedné z nich se první rovnice postupně násobí výrazy  $\frac{a_{i1}}{a_{11}}$ , při druhé se první rovnice

nejprve dělí koeficientem  $a_{11}$  a pak postupně násobí koeficienty  $a_{i1}$ ), při čemž operace jsou racionálně uspořádány a početní postup je značně zmechanisován. Ke schematům jsou připojeny součtové kontroly výpočtu. Použití schemat je předvedeno na mnoha názorných obrázcích, ilustrujících jednotlivé kroky výpočtu pro numerický příklad. Z iteračních metod je popsána pomocí krakowianů iterace „hromadná“ (Ritzova) a „postupná“ (Gauss-Seidelova). Formulářový postup uvedený pro iterační metody odpovídá běžnému způsobu výpočtu podle těchto metod. Nejsou zde však uvedena kriteria konvergence, a jen „mezi řádky“ se čtenář u jednoho numerického příkladu doví, že za jistě konvergenčí úpravou soustavy na takový tvar, aby v každé rovnici bylo  $\sum_{k \neq i} |a_{ki}|$ . Ve zvláštním

odstavci o obecné podmínce konvergence pro „hromadnou“ iteraci se čtenář o praktickém vyšetřování konvergence nepoučí. O otázce odhadu chyb se autor vůbec nezmiňuje.

V knížce se rovněž krátce pojednává o charakteristických číslech a vektorech krakowianu. Je popsána pomocí krakowianů autorova metoda získání koeficientů charakte-

ristické rovnice, odvozená z metody Krylovy-Luzinovy, a převádějí určení koeficientů na řešení soustavy rovnic.

Na několika místech jsou uvedeny numerické příklady ze stavební mechaniky, vedoucí k řešení soustav rovnic nebo charakteristických čísel. Autor mezi jiným upozorňuje na důležitost vhodného uspořádání neznámých a rovnic na příklad u soustavy pro rámovou konstrukci, a ukazuje srovnáním několika možností pro daný příklad, jak lze vhodným očíslováním neznámých a rovnic značně snížit počet nutných operací.

Knížka je psána velmi srozumitelně, místy až příliš rozvláčně. Výklad je hustě proložen numerickými příklady, často také až příliš detailně provedenými. Čtenář, který se zajímá o krakoviany, se z knížky snadno doví o jejich základních vlastnostech, a ten, který chce získat nějaký návod na numerické řešení soustav lineárních rovnic, se zde názorně seznámí s praktickými schématy pro několik nejužívanějších metod. Předběžných znalostí z lineární algebry není ke čtení knížky téměř třeba.

*Olga Pokorná*