

# Aplikace matematiky

---

## Recense

*Aplikace matematiky*, Vol. 3 (1958), No. 2, 150--155

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/102612>

## Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1958

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## RECENZE

**Strojnická příručka, díl I. a II.** Vydalo Státní nakladatelství technické literatury, Praha 1956. I. díl: 232 stran, 47 obr., cena Kčs 29,80. II. díl: 194 stran, 204 obr., cena Kčs 24,75.

Strojnická příručka je překladem knihy *Справочник машиностроителя*, kterou vydalo v roce 1951 nakladatelství Mašgiz v Moskvě; je určena pro konstruktéry, techniky, inženýry v praxi a studující vysokých škol technických.

Znalost prvních dvou dílů je předpokladem pro studium dalších dílů. Oba díly dohromady obsahují matematické tabulky a značky a přehled elementární i t. zv. vyšší matematiky s přihlédnutím k aplikacím.

V prvním dílu najde čtenář v kapitole 1 tabulky některých konstant  $\left(\sqrt{\frac{2}{\pi}}, e, \frac{1}{\sqrt{g}} \text{ atp.}\right)$ , různé tabulky pro ulehčení často se vyskytujících výpočtů (délka kruhového oblouku, obsah kruhu, převod míry obloukové na stupňovou atp.) a tabulky v technické praxi často se vyskytujících funkcí ( $e^x$ ,  $\log x$ ,  $\lg x$ ,  $I(x)$ ,  $J_\nu(x)$ ,  $Y_\nu(x)$ ,  $F(p, k)$ ,  $E(p, k)$ ).

Kapitola 2 obsahuje základní početní pravidla pro počítání s reálnými a komplexními čísly.

V kapitole 4 jsou zavedeny elementární funkce a jsou pro ně uvedeny základní početní vzorce.

Kapitola 4 obsahuje základy nauky o determinantech a maticích, řešení soustav lineárních rovnic, algebraických a transcendentních rovnic a probírá jejich grafické a numerické řešení.

Základy diferenciálního a integrálního počtu pro funkce jedné a více proměnných jsou shrnuty do kapitol 5 a 6. V těchto kapitolách jsou vyloženy též numerické a grafické metody derivování a integrování. Kapitola 6 jedná o užití integrálního počtu v geometrii a v mechanice. Diferenciální geometrie je pak vyložena v kapitole 6 ve druhém dílu.

Ve druhém dílu najde čtenář mimo diferenciální geometrii (v kapitole 6) základní vzorce planimetrie a stereometrie (v kapitole 1), základy teorie funkcí komplexní proměnné (v kapitole 2), obyčejné diferenciální rovnice, definice a základní vzorce speciálních funkcí. Je tu i stručná zmínka o operátorovém počtu a parciálních diferenciálních rovnicích (v kapitole 3). Druhý díl probírá i vektorový a tenzorový počet (v kapitole 4), analytickou geometrii v rovině a v prostoru (v kapitole 5), diferenční počet a interpolaci (v kapitole 7), elementy teorie Fourierových řad (v kapitole 8), nomografii (v kapitole 9), matematickou statistiku pro techniku (v kapitole 10). Užitečné je i poučení o mechanických početních pomůckách (v kapitole 11).

Výběr látky je vhodný, jen partie o Fourierových řadách, konformním zobrazení a parciálních rovnicích by měly být širší. Jistě by se v knize uplatnila zmínka o rovnici pro membránu, o rovnicích matematické pružnosti a o rovnici popisující kmity tyčí.

Knihy obsahují některé numerické a grafické metody (na př. integrace a derivace). Nebylo by na škodu, kdyby byla šířeji zpracována partie o numerickém řešení lineárních algebraických rovnic a kdyby byla alespoň uvedena zmínka o numerickém a grafickém řešení diferenciálních rovnic obyčejných i parciálních.

Knihy je psána v moderním duchu, snaží se většinou jasně formulovat základní pojmy i poučky jichž užívá a vymežit použitelnost metod, které vysvětluje. Obecné výklady jsou ilustrovány numerickými příklady. Bohužel této koncepcie se kniha nechrání dost důsledně. Nepečlivost k předpokladům je patrna v partii o vektorové analýze a v kapitole o diferenciální geometrii. U Lobačevského (Graeffeho) metody by mohla být lépe vysvětlena podstata metody a nejenom její užití, u Rungeho schématu pro přibližný výpočet Fourierových koeficientů by mohl být uveden numerický příklad a pod.

Veelkú je možno říci, že kniha je cenným přínosem pro naši technickou literaturu a jistě bude vhodnou pomůckou pro inženýry i pro studující.

Závěrem uvedu některá nedopatření a tiskové chyby:

Díl první:

Na str. 132 text v odst.: ... Je-li neznámá v exponentu ... je mlhavý. Není možno podle něj rozhodnout, zda rovnice tvaru  $h(e^x) = 0$  (na př. pro  $f(u) = \lg u$ ) je či není exponenciální. Rovněž není dosti přesně vyjasněno v jakém vztahu jsou konstanty  $a, b, c, \dots$  k původní rovnici; je nutné zdůraznit, že  $f(x) = Q(a^{P_1(x)}, l^{P_2(x)}, \dots, q^{P_n(x)})$ , kde  $Q(y_1, \dots, y_n)$  je polynom. Substituce převádějící danou rovnici na algebraickou má být  $y = A^{qx}$ , kde  $q$  je nejmenší společný jmenovatel čísel  $k_1, k_2, k_3, \dots$ , a nikoli  $y = A^x$ .

Na str. 150 bylo by dobré u D'Alembertova a Cauchyho kriteria zdůraznit, že když  $\lim \left| \frac{u_{n+1}}{u_n} \right| \geq 1$  a  $\left| \frac{u_{n+1}}{u_n} \right| \geq 1$  nebo  $\sqrt[n]{|u_n|} \geq 1$ , je divergentní řada  $\sum u_n$ . (V textu je uvedeno, že diverguje řada  $\sum |u_n|$ ).

Na str. 188 se probírají binomické integrály v odstavci „Integrály některých racionálních funkcí“. Mělo by být řečeno, že se nemusí vždy jednat o racionální funkci.

Na str. 213 v definici dvojného integrálu není vyslovena podmínka, že limita nesmí záviset ani na volbě bodů  $M_i$  ani na volbě posloupnosti rozdělení.

Na str. 213 a 214 se užívá pojmů uzavřená množina a oblast. Kde jsou definovány?

Na str. 215 je vyložena substituční metoda a předpokládá se, že jakobián substituce je od nuly různý. Hned dále se však užívá polárních souřadnic na obor, kde  $\varrho = 0$ . Zmínka o tom, že se při polárních souřadnicích může jakobián anulovat, je nutná.

Díl druhý:

Na str. 64 celý odstavec „Vektorová analýza“ je psán formálně, není jasně řečeno kolik (event. spojených) derivací musí mít uvažované funkce, zcela chybí předpoklady o integračních oborech při vzorcích Ostrogradského, Stokesově atd.

Na str. 94<sup>16-18</sup> hrubá chyba v definici analytičnosti. Správně má být: Je-li možno v okolí každého bodu  $t_0$  obě funkce  $x(t)$  a  $y(t)$  (resp.  $r(t)$  a  $\varphi(t)$ ) rozvést v mocninou řadu dle  $t$ , je křivka analytická.

Na str. 124<sup>8</sup> má být správně  $\omega = T\tau + K\beta$ .

Na str. 124<sup>11</sup> má být správně  $\frac{dr}{ds} = \omega \times \tau$ .

Jarmila Vějborná

Václav Myslivec: *Statistické metody zemědělského a lesnického výzkumnictví*. Vydalo Státní zemědělské nakladatelství, Praha 1957, 556 stran, náklad 1500 výtisků, cena 67.— Kčs.

Speciální metody matematické statistiky, vhodné pro aplikace v zemědělském výzkumu, o nichž má kniha podle názvu pojednávat, jsou obsaženy v kapitolách XI.—XX. Ostatní kapitoly pojednávají kromě několika úvodních partií z počtu pravděpodobnosti a matematické statistiky o t. zv. teorii dispersních soustav, což jest obor patřící po obsahové i metodické stránce do fyziky. Fyzikální část obsahuje v kap. II. klasifikaci dispersních soustav (pěna, mlha, emulze atp.), v kap. III. kinetiku suspendovaných částic a rozbor fyzikálními metodami a v kap. IV. pojednání o sedimentaci a o metodách zjišťování četností jednotlivých složek polydispersních soustav. Další kap. V. je značně různorodá. Pojednává se zde o Brownův pohyb, entropii a o dalších metodách sedimentační analyzy. V kap. VI. jsou vyloženy optické vlastnosti koloidních soustav. Mezi kapitoly výhradně fyzikálního charakteru patří ještě kap. X., kde se popisují různé fyzikální metody třídění a čištění semen. Recensent nemůže odborně zhodnotit tuto fyzikální část knihy a také nemůže posoudit, do jaké míry jsou všechny uvedené metody v zemědělském výzkumu běžné. Je ovšem pravda, že zatím co statistická část knihy obsahuje řadu přesvědčivých příkladů o vhodnosti aplikací vyložených metod v zemědělském výzkumu, lze ve fyzikální části knihy najít jen několik skromných zmínek, jaký konkrétní význam mají v zemědělské praxi některé zavedené fyzikální pojmy a o skutečných aplikacích se nikde — s výjimkou naposledy jmenované kap. X. — nemluví. Ať však již byly důvody pro zařazení těchto kapitol do knihy jakékoliv, měly být odděleny od ostatního výkladu. Autor však naopak zařadil téměř do každé z kapitol fyzikálního charakteru některé partie z počtu pravděpodobnosti a matematické statistiky, ovšem naprosto zbytečně, neboť zde potřebuje nejvýše pojem rozložení četností. Tak na př. do kap. V. (Brownův pohyb) je úplně zbytečně vsunut paragraf o centrálních momentech. Obzvláště rušivě se nevhodné uspořádání projevuje v dalších kapitolách o čištění a třídění semen sítí. Tak kap. VII. obsahuje v § I obecné úvahy o třídění semen, avšak další výklad pokračuje až v kap. IX. Je nepochopitelné, proč byl zde soustavný výklad přerušen vsunutím odstavců o výběrových momentech a metodách jejich numerického výpočtu, včetně tradiční a patrně vůbec neužívané součtové metody a zařazením celé kapitoly (VIII.) o binomickém rozložení a jeho aproximacích Poissonovým a normálním. Metoda vhodného návrhu konstrukce sítí je založena na předpokladu normálního rozložení rozměrů jednotlivých složek směsi semen a na odhadu mezí, v nichž leží prakticky celý příslušný statistický soubor. Vzhledem k velkým rozsahům výběru není příliš na závadu, že se při tom s odhady neznámých parametrů pracuje jako s danými konstantami. Přesto snad zde měl být čtenář upozorněn na to, že lze tyto problémy řešit i na základě menších výběrů, pomocí teorie t. zv. tolerančních mezí.

Přejdeme nyní k vlastní statistické části knihy. V kap. XI. jsou probrány bodové a intervalové odhady průměru a rozptylu. Je třeba ocenit snahu autora zdůraznit náhodný charakter výběrových charakteristik tím, že uvažuje všechny možné výběry z daného základního souboru. Není ovšem vhodné doporučovat jako odhad rozptylu průměr výběrových rozptylů několika menších výběrů (vzorec II. 1. 9.), neboť tento odhad je méně vydatný a obtížnější se počítá než výběrový rozptyl celého výběru (nerozděleného do menších skupin). Kap. XII. je věnována formulaci testu nulové hypotézy. Výklad je ilustrován příkladem testování rozdílu průměrů dvou normálních rozložení, zatím bez přihlídnutí k tomu, že rozptyly se pouze odhaduje. I když je třeba uznat, že v knize tohoto zaměření by nebylo na místě uvádět podrobnou kritiku jednotlivých metod matematické statistiky, měl být čtenář alespoň zde upozorněn na to, že test nulové hypotézy neřká v případě nevýznamnosti vůbec nic, nezavedou-li se nějaké další požadavky jako na př.

požadavek na velikost chyby druhého druhu. Podrobnější pojednání o testování rozdílů průměrů a dále o testování homogenity rozptylů normálních rozložení je obsaženo v další kap. XIII. Autorovi se zde podařilo názorně objasnit, proč je třeba používat při menších výběrech  $t$ -rozložení místo normálního, v př. 13.2.4 se však dopouští dosti hrubé chyby tím, že nebere ohled na nesplnění požadavku rovnosti rozptylů, což se obzvláště projevuje při konstrukci konfidenčního intervalu pro rozdíl průměrů. V kap. XIV. je probráno rozložení  $\chi^2$ , a to jeho použití v Pearsonově testu a při konstrukci konfidenčního intervalu pro rozptyl normálního rozložení. Kap. XV. pojednávající o analýze rozptylu je zřejmě nejdůležitější částí knihy a příklady uvedené v této knize jsou zajímavé a vhodně volené. Čtenář se zde seznámí s nejznámějšími i méně známými metodami analýzy rozptylu a faktorové analýsy. V další kap. XVI. jsou probrány pojmy regresních přírůbků a korelačního koeficientu, a dále testování významnosti korelačního koeficientu a regresních koeficientů. Na tuto kapitolu navazuje kap. XVIII., pojednávající o dalších testech, týkajících se korelačního koeficientu. Naproti tomu se kap. XVII. blíží svým obsahem kap. XIII., neboť obsahuje testování významnosti rozdílů průměrů při spárovaných výběrech. Tato metoda již byla v podstatě probrána v kap. XIII. (str. 222–226) za předpokladu nezávislosti, což je však v případě spárovaných výběrů (s použitím  $t$ -testu s  $n - 1$  stupni volnosti) nepodstatný předpoklad. Ze způsobu výkladu se však čtenář bude patrně domnívat, že v případě závislosti je třeba jmenovatel ve výrazu pro příslušný  $t$ -test počítat jiným, složitějším způsobem, obzvláště když je na str. 419 uvedeno toto nesprávné tvrzení: „je-li  $\rho = 0$ , můžeme položit  $r = 0$ “ (zde  $\rho$  = koeficient korelace základního souboru a  $r$  = výběrový koeficient korelace). Kap. XIX. je věnována testování v kontingenčních tabulkách a poslední kap. XX. obsahuje kromě několika dalších speciálních testů také Smirnov-Kolmogorovův test. Na konci knihy jsou připojeny tabulky, a to jednak tabulky týkající se fyzikální části knihy (hustota a viskozita kapalin a různé fyzikální vlastnosti semen), jednak statistické tabulky. Ty obsahují kromě běžných tabulek také na př. tabulky pro testování homogenity rozptylů ( $L_1$ ).

Přes uvedené závady může se čtenář pomocí této knihy naučit aplikovat jednodušší statistické metody na problémy zemědělského a lesnického výzkumu, a to především pomocí propočetných příkladů. Vzhledem k naprosté nesoustavnosti výkladu však nelze očekávat, že by začátečník mohl pochopit také příslušnou teorii. Na to se ostatně upozorňuje i v knize samé a nesoustavnost se omlouvá tím, že se nejedná o učebnici, nýbrž o monografii. Kniha ovšem není monografií, nýbrž učebnicí, a to učebnicí pro čtenáře, kteří nejsou odborníky ve statistice. Ostatně ani u monografie nelze upustit od požadavku soustavnosti výkladu. Kromě toho pochopení vykládané teorie předpokládá jisté předběžné znalosti. Kniha sice obsahuje některé úvodní části, ty jsou však roztroušeny ve fyzikální části knihy a některé důležité pojmy v knize vůbec vysvětleny nejsou. Jediný poněkud soustavný úvod tvoří kap. I., jde však jen o stručný přehled a jen o formální definice bez vysvětlení, jaké jsou konkrétní interpretace. Pokud se týká chyb, obsažených v úvodní kapitole, je třeba upozornit čtenáře na to, že výroku „jestliže nastal jev  $B$ , nastane i jev  $A$ “ odpovídá množinová inkluze  $B \subset A$ , a nikoliv opačná, jak je uvedeno na str. 21. Také není správné, že autor ztotožňuje koeficient spolehlivosti konfidenčního intervalu, který má jasný pravděpodobnostní význam s mlhavým pojmem fiducialní pravděpodobnosti, který většina odborníků v matematické statistice nechápe a který nikdy nebyl řádně definován.

Kniha neobsahuje téměř žádné tiskové chyby. Recensent si povšiml pouze jedné, a to na str. 75, kde chybí ve vzorci poslední řádky faktor  $\frac{dr}{dt}$ .

Nakonec je třeba pozastavit se nad tím, že v záhlaví knihy, která má podle názvu pojednávat o metodách matematické statistiky a která asi na 80% svých stran skutečně

o matematické statistice pojednává, jsou jako hlavní recenzenti uvedeni dva odborníci ve fyzice, kteří zřejmě statistickou část nerecensovali. Jako recenzent statistické části je uveden proti všem dosavadním zvyklostem pouze jakýsi anonymní kolektiv.

Miloslav Jiřina

A. M. Яглом, И. М. Яглом: **Вероятность и информация.** (A. M. Jajlom, I. M. Jajlom: Pravděpodobnost a informace.) Vydalo Státní nakladatelství technicko-teoretické literatury (ГИИТЛ), Moskva 1957; 159 stran, cena 2,70 r.

Teorie informací patří mezi nejmladší matematické disciplíny, její vlastní rozvoj začíná teprve po druhé světové válce. Přes své mládí dosáhla však již značných úspěchů a je jí v poslední době věnována stále větší a větší pozornost. Zaslouží si jí nejen proto, že účinně pomáhá při řešení různých důležitých problémů spojovací techniky, ale také proto, že přispívá i po čistě teoretické stránce k rozvoji přílehlých partií matematiky, zejména teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky. Také u nás v ČSR se někteří odborníci — na př. v ÚŘE ČSAV — zabývají teorií informací. Většinou však — a to nejen u nás — zůstává okruh zájmeů omezen na poměrně úzkou skupinu odborníků — matematiků. Tím spíše můžeme tedy uvítat útlu knížku *Pravděpodobnost a informace*, v níž se autoři pokusili vyloučit základní pojmy a myšlenky teorie informací formou přístupnou též širšímu okruhu čtenářů. Jejich pokus lze s klidným svědomím považovati za zdařilý. Knížka podává totiž skutečně dostatečně věrný obraz o tom, co je a k čemu slouží teorie informací, a to aniž by předpokládala značnější matematickou erudici; může ji s porozuměním čísti absolvent jedenáctiletky.

Knihla je rozdělena do čtyř kapitol, k nimž jsou připojeny ještě dva dodatky. První kapitola je věnována základům teorie pravděpodobnosti. Vzhledem k tomu, že se autoři v celé knize omezují na případ konečné abecedy, stačí pro jejich účely klasická definice pravděpodobnosti pomocí systému stejně pravděpodobných jevů konečného pravděpodobnostního pole. O obecnějších definicích pravděpodobnosti se zmiňují jen informativně ve čtvrtém paragrafu, tištěném petitem.

Ve druhé kapitole je podán výklad základních pojmů teorie informací, a to především pojmu *entropie*, jakožto míry neurčitosti jevu před provedením pokusu, pojmu podmíněné entropie a pojmu *informace*, jako rozdílu nepodmíněné a podmíněné entropie. Jsou prozkoumány vzájemné vztahy těchto základních pojmů (entropie je maximální informace, která může být v daném pokusu obsažena). Jedná se ovšem vždy jen o diskrétní případ. V posledním, čtvrtém, petitovém paragrafu druhé kapitoly je uveden axiomatický způsob zavedení pojmu entropie pomocí jejích základních vlastností.

Účelem třetí kapitoly je ilustrovat zábavnou formou užitečnost pojmů entropie a informace. Autoři zde rozebírají řadu známých populárních úloh o „městech lhářů a pravdomluvných lidí“, o určování falešných mincí vážením a pod. Ukazují potom, jak lze pomocí základů teorie informací stanovit minimální počet pokusů (vážení, dotazů) potřebných k řešení dané úlohy. Tyto elementární úlohy je ovšem možno řešiti i bez aparátu teorie informací, autoři však zde velmi zdařile a vtípně využívají zábavnosti těchto úloh k povzbuzení zájmu o teorii informací, která je ovšem schopna řešiti i úkoly daleko složitější. Bude to bezpochyby právě tato třetí kapitola, která nejvíce zaujme čtenáře — nematematiky; její četba může přinést užitek zvláště těm, kdo se zajímají o různé logické otázky.

Poslední, čtvrtá kapitola má za úkol seznámit čtenáře s aplikacemi teorie informací ve spojovací technice. Tato oblast je původní doménou teorie informací, která se vlastně právě zde zrodila a rozvíjela, takže právě tyto aplikace bývají obvykle nejčastěji spojovány s pojmem teorie informací. Autoři nejprve podávají výklad některých základních

pojmu techniky přenášení zpráv, jako na př. kódování, výhodnost, resp. hospodárnost kódu a pod. a ukazují souvislost problémů kódování s úlohami probíranými ve třetí kapitole. V druhém paragrafu zavádějí pojem *nadbytečnosti* (redundance) dané řeči a ukazují na příkladu kódu Fano-Shannonova, jak je možno vhodným kódováním snížit nadbytečnost a — v průměru — zkrátit předávané zprávy. Ve třetím paragrafu pak studují ještě důležitý případ, kdy signály nejsou předávány čistě, nýbrž s náhodnými poruchami (šumem). Ukazují, že v tomto případě jde o problém opačného smyslu, hlavním účelem kódování není tu maximálně zkrátit předávaný text, ale naopak spíše ho vhodně prodloužit, aby se snížila pravděpodobnost chybného příjmu. Autoři zavádějí pojem *kapacity* kanálu, jímž zprávy procházejí, a uvádějí známý výsledek vyjadřující **maximální rychlost předávání zpráv kanálem o dané kapacitě**.

Úkolem obou dodatků je pak vyložiti některé speciální matematické partie potřebné v předchozím textu. V prvním dodatku jsou uvedeny základní vlastnosti konkávních funkcí, (které na rozdíl od nás u běžné terminologie nazývají autoři vypuklými), a pomocí nich jsou pak odvozovány různé důležité nerovnosti (na př. Jensenova), a to jak obecně, tak i přímo v konkrétním tvaru potřebném v teorii informací. Ve druhém dodatku je definováno číslo  $e$  a odvozena Stirlingova formule.

Je zřejmé, že vzhledem k základnímu určení a rozsahu knížky nemohli v ní autoři obsáhnouti teorii informací v celé její šíři a byli nuceni se omeziti jen na ty nejpodstatnější její základy. Přesto lze předpokládati, že četbou této knížky získá čtenář nejen první, a to dobrý, obraz o tom, co teorie informací je, ale také, a o to autorům jistě hlavně šlo, i zájem o další prohloubení svých znalostí v tomto oboru. Je to nesporně příklad zdárné popularisace tak speciálního vědeckého oboru. Vyskytla se ovšem i zde jistá nedopatření; tak na př. na str. 10 bylo při řešení úlohy č. 3 opomenuto vzíti v úvahu časové intervaly mezi příjezdy, na nichž hledaná pravděpodobnost závisí mnohem podstatněji a bezprostředněji než na celkovém počtu vozů; na str. 25 se v odstavci a) celkem zbytečně vytýkají jistý a nemožný jev; na str. 50 je ne právě příliš šťastným způsobem vysvětleno, proč apriorní entropie pokusu  $\beta$  je táz jako  $\alpha$ ; tato nedopatření však (snad s výjimkou prvního) nejsou natolik podstatná, aby mohla čtenáře svést. Celkem by tedy bylo lze knížku co nejvřeleji doporučiti, neboť kromě obsahové přístupnosti je přístupná i cenově, na závadu je však poměrně malý počet výtisků, které se do ČSR dostaly. Snad by bylo vhodné uvažovat i o českém překladu.

*František Zitek*