

# Aplikace matematiky

---

## Book Reviews

*Aplikace matematiky*, Vol. 7 (1962), No. 5, 399--(402)

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/102822>

## Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1962

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

*John von Neumann: COLLECTED WORKS, I.: LOGIC, THEORY OF SETS AND QUANTUM MECHANICS.* (Sebrané spisy Johna von Neumanna, I.: Logika, teorie množin a kvantová mechanika.) Vydalo nakladatelství Pergamon Press, Oxford-London-New York-Paris 1961. Stran 654, cena £ 5.

Sebrané spisy Johna von Neumanna (\* 1903, † 1957) jsou vydávány pod vedením A. H. TAUBA profesora aplikované matematiky laboratoře číslicových počítačů university v Illinois. Jsou rozvrženy do šesti svazků, uspořádání prací je převážně chronologické, jen u pozdějších prací bude respektováno i hledisko tématické (jde o fotokopie prací uveřejněných v různých časopisech nebo ve výzkumných zprávách). Sebrané spisy nebudou však zahrnovat všechny Neumannovy práce. Některé nebyly zatím řádně klasifikovány a místo dalších budou do sebraných spisů zahrnuty jenom jejich recenze. Jde o práce z Neumannovy pozůstalosti, které z těch či oněch důvodů nejsou vhodné k uveřejnění, které však přesto mohou být cenné pro širší okruh odborníků (rukopisy těchto prací jsou uloženy v Institute of Advanced Study).

O rozsahu a všestrannosti Neumannova díla svědčí tituly dalších pěti svazků: II. Operátory, ergodická teorie a skoroperiodické funkce na grupě, III. Okruhy operátorů, IV. Spojité geometrie a jiné otázky, V. Návrhy počítačů, teorie automatů a numerická analýza, VI. Teorie her, astrofyzika, hydrodynamika a meteorologie. V souhrnném seznamu je uvedeno 154 prací (kromě 5 knih), uveřejněných v letech 1922–1959.

Mezi současnými matematiky byl John von Neumann osobností zcela výjimečnou, a to nejen všestranností svých zájmů, ale především svým hlubokým a trvalým zájmem o aplikace matematiky. Tento charakteristický rys je velmi podrobně zachycen v pojednání „Matematik“ (z r. 1947), kterým sebrané spisy v I. svazku začínají, a které je Neumannovým matematickým vyznáním.

Podle Neumannova názoru je nejzávažnějším znakem matematiky její zvláštní vztah k přírodním vědám (nebo obecněji ke všem vědám, které nekončí pouhým popisem zkušenostních dat, ale které usilují také o jejich vysvětlení). Na jedné straně se obvykle uznává, že matematika není empirickou vědou (nebo, že se alespoň při svém provozování v mnoha směrech od technických a empirických věd liší), ale na druhé straně je také pravda, že celý rozvoj matematiky je s přírodními vědami velmi úzce spjat. Tuto dvojakost vztahu matematiky k jiným vědám považuje Neumann za charakteristickou a pro matematiku podstatnou.

Neumann výslovně říká, že „některé z nejlepších idejí moderní matematiky (já myslím, že ty nejlepší) zcela zřejmě pocházejí z přírodních věd“ a dokládá to na příkladě vzniku a celého rozvoje geometrie a infinitesimálního počtu. Podrobným rozбором celé diskuse kolem základů matematiky upozorňuje Neumann na jinou závažnou skutečnost, totiž, že by se nemělo příliš spoléhat na neměnnost pojetí absolutní matematické přesnosti. Říká, že „sám ví, jak se jeho názory na absolutní matematickou správnost změnily během tohoto období, a jak se změnily třikrát po sobě“.

Pro objasnění porovnává Neumann matematiku s teoretickou fyzikou. Zatím co teoretičtí fyzikové byli vždy soustředěni na jedno či nejvýše dvě hlavní témata a dodnes může teoretický fyzik zvládnout přes polovinu svého oboru, rozpadla se matematika na celou řadu dílčích disciplín a Neumann pochybuje, že by některý dnešní matematik mohl zvládnout více než čtvrtinu z nich. Dále, teoretická fyzika řeší otázky, které před ni staví fyzika experimentální, a to jsou

otázky, které musí být řešeny. Musí proto, že pravidelně došlo k nesrovnalostem a často i k rozporům. Takovému „objektivně“ dané, „důležité“ problémy mohou se v matematice objevit po dostatečně bohatém rozvinutí některé z jejich disciplin, když tato disciplína zabředla do vážných potíží (jak tomu bylo třeba právě s teorií množin a s antinomiemi, které se v ní vyskytly). Ale i potom má matematik daleko větší volnost při hledání řešení.

„Rozvíjí-li se matematický obor příliš vzdálen od svého empirického pramene, nebo když ještě k tomu druhá i třetí generace je ovlivňována ideami pocházejícími ze *skutečnosti* pouze nepřímo, dostává se do vážného nebezpečí. Více a více estetisuje, stává se více a více *l'art pour l'artismem*. To nemusí být zlé pokud je tento obor obklopen věcmi majícími úzký vztah ke zkušenosti nebo pokud je pod vlivem lidí s mimořádně dobře vyvinutým citem. Je však vždy veliké nebezpečí v tom, že se obor začne rozvíjet cestou nejmenšího odporu, že proud, příliš vzdálený od svého pramene, se rozdělí do množství bezvýznamných větví, a že celý obor se stane nesystematickou hromadou detailů a složitostí. Jinými slovy, ve velké vzdálenosti od svého empirického pramene, nebo po mnohém *abstraktním* sebeplodňování, je matematický obor v nebezpečí degenerace.“

„Kdykoliv však bylo tohoto stadia dosaženo, zdá se mně, že jediným prostředkem ozdravení je návrat k prameni: nové více či méně přímé načerpání empirických idejí. Jsem přesvědčen, že toto vždy bylo nezbytnou podmínkou pro uchování svěžesti a životnosti a že to zůstane stejně platné i v budoucnosti.“

Ve shodě se svým matematickým vyznáním čerpal Neumann podněty pro svoji práci často z jiných vědních oborů. Jedním z nich je kvantová mechanika, na niž v I. svazku sebraných spisů připadá nejvíce (10) a nejrozsáhlejších prací. Jde vesměs o práce základního významu z hlediska exaktního matematického zpracování obtíží, na které při budování kvantové mechaniky naráželi Heisenberg, Dirac, Born, Schrödinger, Jordan aj. Potíže související s rozdílností klasického mechanického principu spojitosti a kvantového principu nespojitosti se podařilo překonat užitím spekter vlastních hodnot nekonečných matic transformací. Druhým podnětem bylo pravděpodobnostní pojetí a jeho sloučení s ostatními principy kvantové mechaniky.

Druhým větším tematickým celkem v I. svazku jsou Neumannovy práce (6) z teorie množin. Je v nich jednak podáno exaktní zavedení transfinitních ordinálních čísel (jakožto takových dobře uspořádaných množin, jejichž každý prvek je jejich úsekem) a zaručena možnost definic užívajících transfinitní indukce, jednak jsou to práce, v nichž je popsána Neumannova axiomatisace teorie množin. V těchto pracích jsou prvně uveřejněny základní Neumannovy ideje, jimiž se jeho axiomatika liší od běžnější Zermelo-Fraenkelovy (po technické stránce se liší již v tom, že Neumann axiomatisuje pojem funkce a jejich argumentů místo pojmu množiny, ale závažnější rozdíl je v tom, že Neumann zásadně nevylučuje „příliš veliké“ množiny samy, jak to dělají Zermelo a Fraenkel, aby nepřipustili antinomie, nedovoluje pouze, aby takoveto „příliš veliké“ množiny byly prvkem jiných množin).

Ostatní práce (celkem jich je v I. svazku 27) se týkají různých matematických otázek (např. systémů algebraicky nezávislých čísel, spojitých grup lineárních transformací a jejich reprezentací, obecné teorie míry aj.). Z logiky, která je v titulu tohoto svazku, je zde uvedena pouze jediná práce, týkající se Hilbertovy teorie důkazů (tj. metamatematiky).

Karel Čulík

*John von Neumann: COLLECTED WORKS, II.: OPERATORS, ERGODIC THEORY, ALMOST PERIODIC FUNCTIONS.* (Sebrané spisy Johna von Neumanna, II.: Operátory, ergodická teorie, skoroperiodické funkce.) Vydalo nakladatelství Pergamon Press, Oxford-London-New York-Paris, 1961. Stran X + 568, cena £ 5.

Druhý díl sebraných spisů J. von Neumanna má jako podtitul uveden název: Operátory, ergodická teorie a skoroperiodické funkce na grupě. V tomto díle jsou shrnuty (až na několik drobnějších prací) autorovy výsledky z období zhruba 1929 až 1935, ve kterém vznikly práce

zásadního významu, které lze bez nadsázky zařadit k nejcennějším pokrokům matematiky zmíněného období. Ač mnozí matematikové mladší generace znají tyto výsledky už z učebnic, je neobyčejně poučné a zajímavé seznámit se s pracemi tohoto vynikajícího matematika přímo. Jest překvapující, s jakou lehkostí a přehledností, nezatiženou nadměrnou snahou po stručnosti, autor podává hluboké a cenné myšlenky tak, že čtenáři nezakrývá motivaci jednotlivých definic ani cestu, kterou byly výsledky získány. Uveďme názvy aspoň dvou z proslulých prací soustředěných v tomto svazku: Allgemeine Eigenwerttheorie Hermiteschen Funktionaloperatoren (1929), Almost Periodic Functions in a Group (1934, 1935).

Práce nejsou přetištěny, takže typografická úprava zachovává celkový vzhled článků v příslušných časopisech.

Vlastimil Pták

PROCEEDINGS OF THE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON LINEAR SPACES. (Zprávy z Mezinárodního symposia o lineárních prostorech.) Vydalo nakladatelství Pergamon Press, Oxford-London-New York-Paris 1961. Stran 463, cena £ 5.

V červenci 1960 konalo se na hebrejské universitě v Jerusalemě Mezinárodní symposium o lineárních prostorech, pořádané spolu s Mezinárodní matematickou unií. Práce na tomto symposiu předložené jsou soustředěny v 450 stránkových Proceedings, které představují přehled o současném stavu značné části funkcionální analýsy. Pokusíme se v následujících řádcích několika slovy popsatí otázky, studované autory referátů; jest nasnadě, že se nemůžeme snažiti o úplný popis, který by v podstatě znamenal rozbor stavu bádání ve funkcionální analýze. Předložená recenze se omezuje na výběr několika prací, které reprezentují jednotlivé tématické celky. Podotýkáme, že jde o velmi subjektivní výběr zejména těch prací, které jsou recenzentu blízké.

Z teorie Banachových algeber je důležitá práce R. ARENSE, týkající se v podstatě Cauchyovy integrální formule v  $n$  komplexních proměnných, práce E. HILLE o diferenciálních rovnicích v Banachově algebře a zajímavé výsledky o Dirichletových algebrách přednesené J. WERMEREM.

Rozsáhlá práce N. ARONSZAJNA popisuje vlastnosti kvadratických forem na vektorových prostorech, jejich redukcí a aplikace těchto výsledků na problémy vlastních hodnot. Krásná práce H. HELSONA a D. LOWDENSLAGERA popisuje strukturu uzavřených podprostorů v  $L_2(0, 2\pi)$  takových, že s funkcí  $f(t)$  obsahují rovněž funkci  $e^{it}f(t)$ .

Z teorie parciálních diferenciálních rovnic eliptických jsou důležité práce S. AGMONA a L. NIRENBERGA. Práce R. S. PHILIPSE studuje ve velmi abstraktním tvaru existenci maximálních dissipativních operátorů, neboť ty jsou generátory semigrup. Není možno opominout práci J. P. KAHANA o pseudoperiodických funkcích a A. E. TAYLORA o rozvojích resolventy a spektrální teorii.

Přistupme nyní k pracím věnovaným struktuře lineárních prostorů. Práce V. L. KLEE o relativních extrémních bodech slibuje podstatný pokrok v pozitivním rozhodnutí domněnky o maximu lineárních funkcionálů. Práce R. E. FULLERTONA je věnována popisu geometrických vlastností jednotkové koule v prostorech  $C$  a  $L$  a jejich geometrické charakterizaci. Tři práce I. HALPERINA, A. C. ZAAENENA a W. ORLICZE jsou věnovány prostorům funkcí. Referát G. KÓTHEHO je věnován některým otázkám souvisícím s lineární dimensí Banachových prostorů. L. NACHBIN podal přehled o problematice rozšiřování a „liftování“ lineárních transformací. A. DVORETZKY podává ve svém příspěvku důkaz hluboké a cenné věty, která zaslouží býti vyslovena úplně: „Je-li předepsán stupeň aproximace  $\varepsilon$  a přirozené číslo  $k$ , pak existuje přirozené číslo  $N = N(k, \varepsilon)$  s touto vlastností: Ke každému  $N$ -dimensionálnímu Banachovu prostoru existuje podprostor  $k$ -dimensionální  $E$  takový, že jeho jednotková koule je skutečnou koulí s přesností  $\varepsilon$ .“

Kniha je pěkně vytištěna a patří nezbytně do každé matematické knihovny.

Vlastimil Pták

*Hans Schwerdtfeger*: GEOMETRY OF COMPLEX NUMBERS. (Geometrie komplexních čísel.) Vydalo nakladatelství Oliver and Boyd, Edinburgh and London 1962. Stran XIV + 186, cena 30 s.

Tato kniha má za úkol seznámit čtenáře, který zná základní pojmy z teorie komplexních čísel, z rovinné geometrie a z algebry v rozsahu prvních semestrů vysoké školy, se zajímavou tematikou, spojující prvky těchto tří oborů.

Kniha má tři poměrně rozsáhlé kapitoly, z nichž každá zahrnuje několik paragrafů. V první kapitole se studuje analytickou metodou komplexních čísel geometrie kružnic v rovině komplexních čísel, doplněné bodem v nekonečnu. Nejprve jsou analyticky popsány typy kružnic (včetně imaginárních a bodových kružnic i přímek) a typy svazků kružnic. Autor pak vyšetřuje vlastnosti kruhové inverze a stereografické projekce. Kapitola končí zavedením pojmu dvojnásobu čtyř bodů v rovině komplexních čísel a vyšetřováním jeho souvislosti s geometrií kružnic.

V druhé kapitole je podrobně studována Möbiova transformace v doplněné rovině komplexních čísel, tj. lineární lomená funkce komplexní proměnné s nenulovým determinantem. Autor si nejprve všimá nejjednodušších vlastností těchto transformačí, klasifikuje je a užívá pojmů a výsledků z první kapitoly k velmi důkladnému rozboru celé problematiky. Objevují se zde i řetězové zlomky, dále tzv. Fibonacciho polynomy a kapitola vrcholí důkazem některých geometrických charakterizací Möbiovy transformace, jako např. že to jsou spolu s antihomografiemi jediná prostá zobrazení v doplněné rovině komplexních čísel, která převádějí reálné kružnice včetně přímek opět v reálné kružnice a přímky.

Třetí kapitola pojednává o neeuclidovské geometrii v rovině. Autor nejprve odvozuje věty o některých podgrupách grupy Möbiovy transformací v rovině, pomocí nich se zavádí zobecněná vzdálenost a studují se vlastnosti základních útvarů v hyperbolické a eliptické geometrii.

Každý jednotlivý paragraf je zakončen velmi vhodně volenými příklady, které doplňují látku o další zajímavé poznatky. Jsou to v podstatě cvičení, z nichž u lehčích je řešení přenecháno čtenáři, u těžších je proveden celý postup.

Knížka je velmi podnětná. Ukazuje totiž, jak lze bez velkých matematických znalostí proniknout až tam, kde se rodí nové matematické výsledky. I když je jistě i sama o sobě obohacením světové matematické literatury v tomto oboru, domníváme se, že právě v tom je její největší přínos.

*Miroslav Fiedler*

Aplikace matematiky. Ročník 7 (1962). — Vydává Československá akademie věd v Nakladatelství ČSAV, Praha 1 — Nové Město, Vodičkova 40, dod. pú 1. — Redakce: Matematický ústav ČSAV, Praha 2 — Nové Město, Žitná 28, dod. pú 1. — Tiskne Knihstisk n. p. závod 5, Praha 8 — Libeň-Kobylisy, Rudé armády 171, dod. pú 8. — Rozšiřuje Poštovní novinová služba, objednávky a předplatné přijímá Poštovní novinový úřad — ústřední administrace PNS, Praha 1 — Nové Město, Jindřišská 14. Lze také objednat u každého poštovního úřadu nebo doručovatele. Objednávky do zahraničí vyřizuje Poštovní novinový úřad — vývoz tisku, Praha 1 — Nové Město, Jindřišská 14. — Cena jednotlivého sešitu Kčs 7,50, v předplacení (6 × ročně) Kčs 45,—; § 7,—; § 2,10,2.

Toto číslo vyšlo v říjnu 1962.

A-22\*21383