

Václav Doležal

Über die Existenz der Admittanz bzw. Impedanz parametrischer Zweipole

Aplikace matematiky, Vol. 7 (1962), No. 6, 450--456

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/102828>

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1962

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

ÜBER DIE EXISTENZ DER ADMITTANZ BZW. IMPEDANZ PARAMETRISCHER ZWEIPOLE

VÁCLAV DOLEŽAL

(Eingegangen am 11. September 1961.)

In diesem Artikel werden die hinreichenden Bedingungen für die Existenz der Admittanz bzw. Impedanz des parametrischen Zweipols serio-paralleler Struktur abgeleitet. Daneben wird auf einige für Vierpole gültige Folgerungen hingewiesen.

Im Weiteren wird vorausgesetzt, dass der Leser mit den Begriffen und Resultaten der Arbeit [1] vertraut ist. In [1] wurde der Admittanzbegriff folgendermassen definiert: Der parametrische Zweipol \mathfrak{Z} besitzt die Admittanz heisst, dass es einen Operator $A \in \mathfrak{A}$ gibt, dass zwischen der auf \mathfrak{Z} herrschenden Spannung e und dem \mathfrak{Z} durchfliessenden Strom i die Beziehung $i = Ae$ besteht. In ähnlicher Weise wurde auch der Impedanzbegriff definiert.

Es ist klar, dass die Frage, unter welchen Umständen die Admittanz bzw. Impedanz irgendeines gegebenen parametrischen Zweipols überhaupt existiert, für die Anwendungen von grosser Bedeutung ist. Um diese Frage für serio-parallele Zweipolstruktur beantworten zu können, seien zuerst einige Hilfsüberlegungen durchgeführt.

Es sei $n \geq 1$ eine ganze Zahl; es sei $\mathfrak{Y}_n \subset \mathfrak{A}$ das System aller Operatoren, welche die folgenden Bedingungen erfüllen: Wenn $A \in \mathfrak{A}$,

$$(1) \quad Ax = [Wx]^{(k)}, \quad x \in \mathbf{D}_1, \quad k \geq 0, \quad W(t, \tau) \in \mathbf{F}_1^2$$

ist¹⁾, so gibt es eine ganze Zahl $q \geq 1$ derart, dass $|k - q| \leq n$ und

$$(2) \quad \left(\frac{\partial^i W}{\partial t^i} \right)^* \equiv 0 \quad \text{für } i = 0, 1, \dots, q - 2, \quad \left(\frac{\partial^{q-1} W}{\partial t^{q-1}} \right)^* > 0$$

für $t \geq 0$ ist. (Vergl. [1].)

¹⁾ Es sei bemerkt, dass die Zahl k sowie die Funktion $W(t, \tau)$ durch A nicht eindeutig bestimmt sind. (Es gilt nämlich z. B. $Ax = [Wx]^{(k)} = [(U_1 \times W)x]^{(k+1)}$, vergl. mit [1].) Wenn aber die Zahl k festgehalten wird, dann ist die Funktion $W(t, \tau)$ für $0 \leq \tau \leq t$ eindeutig bestimmt. (Vergl. mit [2], Lemma 5a.)

Aus der eben ausgesprochenen Definition folgt unmittelbar, dass folgende Behauptung besteht: *Notwendig und hinreichend für $A \in \mathfrak{A}^*$, $|r(A)| \leq n$ ist die Gültigkeit von $A \in \mathfrak{Y}_n$ oder von $-A \in \mathfrak{Y}_n$.* (Insbesondere gilt also $\mathfrak{Y}_n \subset \mathfrak{A}^*$.)

Für's Weitere wird folgendes Lemma brauchbar:

Lemma 1. *Es sei $A \in \mathfrak{A}$, $n \geq 1$ eine ganze Zahl; notwendig und hinreichend für $A \in \mathfrak{Y}_n$ ist das Erfüllensein der Gleichung*

$$(3) \quad Ax = a_n x^{(n)} + a_{n-1} x^{(n-1)} + \dots + a_0 x + [\tilde{W}x], \quad x \in \mathbf{D}_1,$$

$a_0, a_1, \dots, a_n \in \mathbf{F}_1$, $\tilde{W}(t, \tau) \in \mathbf{F}_1^2$ und einer der Folgenden Bedingungen \mathcal{B}_i , $i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n$:

\mathcal{B}_i , $i = 0, 1, \dots, n$: $a_k = 0$ für $k = i + 1, i + 2, \dots, n$, $a_i > 0$ für $t \geq 0$.

\mathcal{B}_{-i} , $i = 1, 2, \dots, n$: $a_i = 0$ für $i = 0, 1, \dots, n$ und

$$\left(\frac{\partial^i \tilde{W}}{\partial t^i}\right)^* = 0 \quad \text{für } i = 0, 1, \dots, l - 2, \quad \left(\frac{\partial^{l-1} \tilde{W}}{\partial t^{l-1}}\right)^* > 0 \quad \text{für } t \geq 0.$$

Beweis: Es sei also $A \in \mathfrak{Y}_n$ und es gelte (1); laut Satz 17b) in [1] kann man schreiben

$$(4) \quad Ax = \sum_{i=0}^{k-1} \left\{ \left(\frac{\partial^i W}{\partial t^i}\right)^* x \right\}^{(k-i-1)} + \left[\frac{\partial^k W}{\partial t^k} x \right].$$

Aus (4) ist ersichtlich, dass Ax sich in der Form (3) darstellen lässt. Betrachten wir zuerst den Fall, wenn $0 \leq k - q = m \leq n$ ist. Laut (4) gilt dann

$$(5) \quad Ax = a_m x^{(m)} + a_{m-1} x^{(m-1)} + \dots + a_0 x + \left[\frac{\partial^k W}{\partial t^k} x \right],$$

wo $a_m = (\partial^{q-1} W / \partial t^{q-1})^* > 0$ im Intervall $\langle 0, \infty \rangle$ ist; folglich ist die Bedingung \mathcal{B}_m erfüllt, w. z. b. w. Wenn $-n \leq k - q = m < 0$ ist, dann verschwinden in (4) offenbar alle Glieder der Summe, und für $\tilde{W} = \partial^k W / \partial t^k$ gilt $(\partial^i \tilde{W} / \partial t^i)^* = 0$ für $i = 0, 1, \dots, q - k - 2$, $(\partial^{q-k-1} \tilde{W} / \partial t^{q-k-1})^* > 0$ für $t \geq 0$, sodass \mathcal{B}_m erfüllt ist.

Umgekehrt, es gelte jetzt die Gleichung (3) und die Bedingung \mathcal{B}_m , $-n \leq m \leq n$. Betrachten wir zuerst den Fall $m \geq 0$. Dann gilt

$$(6) \quad Ax = a_m x^{(m)} + a_{m-1} x^{(m-1)} + \dots + a_0 x + [\tilde{W}x]$$

mit $a_m > 0$ für $t \geq 0$. Führt man mit (6) die Umformung durch, welche bei dem Beweise des Satzes 28 in [1] benützt wurde, so kann man schreiben

$$(7) \quad Ax = [Wx]^{(m+1)},$$

wo

$$(8) \quad W(t, \tau) = U_1(t, \tau) a_m(\tau) + U_2(t, \tau) b_{m-1}(\tau) + \dots + U_{m+1}(t, \tau) b_0(\tau) + (U_{m+1} \times \tilde{W})(t, \tau).$$

Aus (8) folgt unmittelbar, dass $W^* = a_m(t) > 0$ für $t \geq 0$. Es gilt also $q = 1$, $k - q = m \leq n$ und somit auch die Behauptung der Lemmas. Wenn schliesslich $-n \leq m < 0$ ist, so ist die Behauptung des Lemmas trivial.

Jetzt kann schon der folgende Satz ausgesprochen werden:

Satz 1. *Es sei $n \geq 1$ eine ganze Zahl; wenn $A, B \in \mathfrak{F}_n$, so gilt a) $A + B \in \mathfrak{F}_n$, b) $A^{-1} \in \mathfrak{F}_n$.*

Beweis: a) Es sei also $A, B \in \mathfrak{F}_n$; laut Lemma 1 kann A sowie B in der Form der Gl. (3) dargestellt werden; dabei gelte für A, B die Bedingung \mathcal{B}_a , bzw. \mathcal{B}_b , $-n \leq \leq a, b \leq n$. Hieraus folgt, dass $A + B$ ebenfalls in der Form (3) darstellbar ist. Ausserdem ist ersichtlich, dass für $A + B$ eine der Bedingungen $\mathcal{B}_a, \mathcal{B}_b$ erfüllt ist, so dass $A + B \in \mathfrak{F}_n$ ist, w. z. b. w.

b) Es sei $A \in \mathfrak{F}_n$, $Ax = [Wx]^{(k)}$, wobei die ganze Zahl $q \geq 1$ die in der Definition ausgesprochene Eigenschaft habe. Da $A \in \mathfrak{F}^*$ ist, so existiert A^{-1} und man kann laut Gl. (27) in [1] schreiben

$$(9) \quad Ax = \{a(x + [\tilde{W}x])\}^{(k-q)},$$

wo $a = (\partial^{q-1}W/\partial t^{q-1})^* > 0$ im $\langle 0, \infty \rangle$ ist. Für A^{-1} gilt dann laut Gl. (32) in [1]

$$(10) \quad A^{-1}x = \frac{1}{a}x^{(q-k)} + \left[\left(H \frac{1}{a_t} \right) x^{(q-k)} \right],$$

wo $H(t, \tau)$ die Lösung der Gl. $H + \tilde{W} + H \times \tilde{W} = 0$ darstellt. Wenn jetzt $q - k \geq \geq 0$ ist, so folgt mit Hilfe des Satzes 17a, dass $A^{-1}x$ die Form (3) besitzt, wobei \mathcal{B}_{q-k} erfüllt ist. Laut Lemma 1 gilt also $A^{-1} \in \mathfrak{F}_n$. Wenn $q - k < 0$ ist, so kann man schreiben

$$(11) \quad A^{-1}x = \frac{1}{a} [U_{k-q}x] + \left[\left(H \frac{1}{a_t} \right) [U_{k-q}x] \right] = [Qx],$$

wo

$$(12) \quad Q(t, \tau) = a^{-1}(t) U_{k-q}(t, \tau) + ((Ha_t^{-1}) \times U_{k-q})(t, \tau)$$

gesetzt wurde. Aus (12) folgt jedoch, dass $(\partial^i Q/\partial t^i)^* = 0$ für $i = 0, 1, \dots, k - q - 2$, $(\partial^{k-q-1}Q/\partial t^{k-q-1})^* = a^{-1}(t) > 0$ für $t \geq 0$ ist. Somit gilt $A^{-1} \in \mathfrak{F}_n$ und der Satz ist bewiesen.

Widmen wir jetzt die Aufmerksamkeit der physikalischen Anwendung der eben abgeleiteten Resultate zu! Für parametrische Zweipole gilt folgender Satz:

Satz 2. *Es sei \mathfrak{Z} ein parametrischer Zweipol, der durch die Reihen- und Nebeneinerschaltungen der Elemente $R_v(t), L_\mu(t), C_\lambda(t)$, (Widerstände, Induktivitäten, Kapazitäten) gebildet ist. Wenn alle Funktionen $R_v(t), L_\mu(t), C_\lambda(t)$ im Intervall $\langle 0, \infty \rangle$ reell und positiv sind, und sämtliche Ableitungen besitzen, dann ist \mathfrak{Z} regulär, d. h. \mathfrak{Z} besitzt die Admittanz A sowie die Impedanz Z . Ausserdem gilt $A, Z \in \mathfrak{F}_1$.*

Beweis: Vor allem ist klar, dass die Impedanzen der Elemente R_v, L_μ , welche R_v bzw. $DL_\mu = L_\mu D + L'_\mu$ sind, bei der Erfüllung der Voraussetzungen dem Systeme \mathfrak{F}_1 gehören. (Vergl. mit Lemma 1!) Analog, die Admittanz $DC_\lambda = C_\lambda D + C'_\lambda$ der Kapazität C_λ gehört ebenfalls zu \mathfrak{F}_1 . Laut Satz 1b) folgt also, dass die Admittanz sowie die

Impedanz jedes Elementes R, L, C zu \mathfrak{Y}_1 gehört. Betrachten wir jetzt irgendzwei Zweipole $\mathfrak{Z}_1, \mathfrak{Z}_2$, deren Admittanzen A_1 bzw. A_2 zu \mathfrak{Y}_1 gehören. Da die Nebeneinanderschaltung von $\mathfrak{Z}_1, \mathfrak{Z}_2$ ein Zweipol \mathfrak{Z}_p ist, der die Admittanz $A_1 + A_2$ besitzt, so folgt laut Satz 1a), dass die Admittanz von \mathfrak{Z}_p ebenfalls zu \mathfrak{Y}_1 gehört, insbesondere, dass \mathfrak{Z}_p ein regulärer Zweipol ist. Ferner, da laut Satz 1b) $A_1^{-1}, A_2^{-1} \in \mathfrak{Y}_1$ ist, d. h. dass die Impedanz von \mathfrak{Z}_1 und \mathfrak{Z}_2 existiert, so ist auch die Reihenschaltung \mathfrak{Z}_s von $\mathfrak{Z}_1, \mathfrak{Z}_2$ ein Zweipol, dessen Impedanz $A_1^{-1} + A_2^{-1}$ laut Satz 1a) zu \mathfrak{Y}_1 gehört. Hieraus folgt, dass durch Reihen- und Nebeneinanderschaltungen von Einzelzweipolen, deren Admittanzen (Impedanzen) zu \mathfrak{Y}_1 gehören, solche Zweipole entstehen, deren Admittanzen (Impedanzen) ebenfalls zu \mathfrak{Y}_1 gehören. Da jedoch auch die Elemente R, L, C diese Eigenschaft besitzen, ist damit unsere Behauptung bewiesen.

Beachten wir jetzt näher die physikalische Bedeutung des eben bewiesenen Satzes! Die „Regularität“ irgendeines Zweipols \mathfrak{Z} ist offenbar gleichbedeutend damit, dass \mathfrak{Z} in offenem sowie in kurzgeschlossenem Zustand für $t \geq 0$ keiner freien Schwingungen fähig ist, vorausgesetzt, dass \mathfrak{Z} für $t < 0$ „tot“ war. Tatsächlich, falls \mathfrak{Z} die Admittanz A sowie die Impedanz Z besitzt, dann aus der Gleichung $e = Zi$ folgt $e = 0$, wenn $i = 0$ ist, d. h. dass auf \mathfrak{Z} keine Spannung herrscht, wenn \mathfrak{Z} offengelassen ist ($i = 0$); analog, aus $i = Ae$ folgt $i = 0$ für $e = 0$, d. h. dass durch \mathfrak{Z} kein Strom fließt, wenn \mathfrak{Z} kurzgeschlossen ist ($e = 0$). Von diesem Standpunkt aus gesehen besagt Satz 2, dass die Positivität der Elemente irgendeines Zweipols \mathfrak{Z} serio-paralleler Struktur die eben besprochene „Stabilität“ garantiert.

Betrachten wir jetzt einige wichtige Folgerungen des Satzes 2! Vor allem seien einige Bezeichnungen eingeführt.

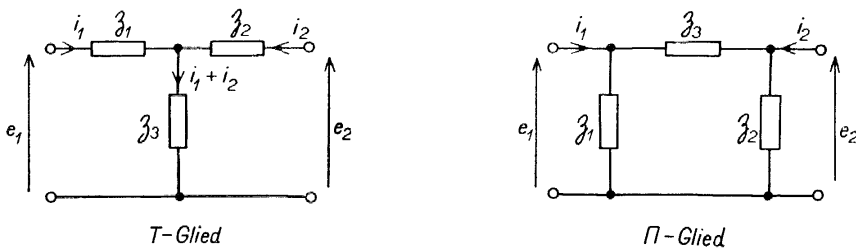


Abb. 1.

Es sei \mathfrak{N} ein parametrischer Vierpol, d. h. ein aus den veränderlichen R, L, C Elementen gebildetes System, welches durch zwei Klemmenpaare K_1, K_2 nach aussen einschaltbar ist; „ \mathfrak{N} besitzt die Admittanzmatrix“ soll heissen, dass es eine Quadratmatrix A zweiter Ordnung, deren Elemente zu \mathfrak{N} gehören, derart gibt, dass zwischen dem Vektor e , dessen Elemente e_1, e_2 die auf den Klemmenpaaren K_1, K_2 herrschenden Spannungen darstellen, und dem Vektor i , dessen Elemente i_1, i_2 die durch K_1, K_2 fließende Ströme bezeichnen, die Beziehung $i = Ae$ besteht. Analog, „ \mathfrak{N}

besitzt die Impedanzmatrix“ heisst, dass es eine Operatorenmatrix Z derart gibt, dass $e = Zi$ gilt.

Der Vierpol \mathfrak{N} soll regulär heissen, wenn er die Admittanzmatrix sowie die Impedanzmatrix besitzt. Es ist klar, dass in diesem Falle $AZ = ZA = I$ gilt, wo I die Einheitsmatrix bezeichnet.

Der Kürze wegen sei noch jeder Zweipol, der die Voraussetzungen des Satzes 2 erfüllt, als \mathcal{P} -Zweipol bezeichnet.

Wie bekannt, die praktisch wichtigsten Vierpolarten sind T -Glieder und Π -Glieder, welche aus drei Zweipolen $\mathfrak{Z}_1, \mathfrak{Z}_2, \mathfrak{Z}_3$ in der Weise gebildet sind, wie aus es Abb. 1 erkennbar ist.

Für T - und Π -Glieder kann man folgenden Satz aussprechen:

Satz 3. *Es seien $\mathfrak{Z}_1, \mathfrak{Z}_2, \mathfrak{Z}_3$ \mathcal{P} -Zweipole, welche die Admittanzen (Impedanzen) $A_1, A_2, A_3, (Z_1, Z_2, Z_3)$ besitzen; dann gilt:*

a) *Das aus $\mathfrak{Z}_1, \mathfrak{Z}_2, \mathfrak{Z}_3$ gebildete T -Glieder ist regulär, wobei für die Admittanzmatrix A und die Impedanzmatrix Z*

$$(13) \quad A = \begin{bmatrix} A_1(A_1 + A_2 + A_3)^{-1}(A_2 + A_3); & -A_1(A_1 + A_2 + A_3)^{-1}A_2 \\ -A_2(A_1 + A_2 + A_3)^{-1}A_1; & A_2(A_1 + A_2 + A_3)^{-1}(A_1 + A_3) \end{bmatrix},$$

$$Z = \begin{bmatrix} Z_1 + Z_3; & Z_3 \\ Z_3; & Z_2 + Z_3 \end{bmatrix}$$

gilt.

b) *Das aus $\mathfrak{Z}_1, \mathfrak{Z}_2, \mathfrak{Z}_3$ gebildete Π -Glieder ist regulär, wobei*

$$(14) \quad A = \begin{bmatrix} A_1 + A_3; & A_3 \\ A_3; & A_2 + A_3 \end{bmatrix},$$

$$Z = \begin{bmatrix} Z_1(Z_1 + Z_2 + Z_3)^{-1}(Z_2 + Z_3); & -Z_1(Z_1 + Z_2 + Z_3)^{-1}Z_2 \\ -Z_2(Z_1 + Z_2 + Z_3)^{-1}Z_1; & Z_2(Z_1 + Z_2 + Z_3)^{-1}(Z_1 + Z_3) \end{bmatrix}$$

gilt.

Beweis: a) An Hand von Abb. 1 kann man für das T -Glieder folgendes Gleichungssystem aufstellen:

$$(15) \quad e_1 = Z_1 i_1 + Z_3(i_1 + i_2); \quad e_2 = Z_2 i_2 + Z_3(i_1 + i_2).$$

Aus (15) ist ersichtlich, dass das T -Glieder die Impedanzmatrix besitzt, für welche (13) gilt. Da Z_3^{-1} existiert, so folgt aus der ersten Gleichung (15):

$$(16) \quad i_2 = Z_3^{-1}e_1 - Z_3^{-1}(Z_1 + Z_3) i_1.$$

Durch Einsetzen in die zweite Gleichung (15) ergibt sich $Z_3 i_1 + (Z_2 + Z_3) Z_3^{-1}e_1 - (Z_2 + Z_3) Z_3^{-1}(Z_1 + Z_3) i_1 = e_2$, d. h.

$$(17) \quad (Z_1 + Z_2 + Z_2 Z_3^{-1} Z_1) i_1 = (Z_2 + Z_3) Z_3^{-1} e_1 - e_2.$$

Aber es gilt $H = Z_1 + Z_2 + Z_2 Z_3^{-1} Z_1 = Z_2(Z_1^{-1} + Z_2^{-1} + Z_3^{-1}) Z_1$; da $Z_1, Z_2, Z_3 \in \mathfrak{P}_1$, so gilt $H \in \mathfrak{A}^*$, so dass H^{-1} existiert. Multipliziert man also (17) mit H^{-1}

und schreibt man A_i anstatt Z_i^{-1} , so bekommt man nach einigen Zwischenrechnungen

$$(18) \quad i_1 = A_1(A_1 + A_2 + A_3)^{-1}(A_2 + A_3)e_1 - A_1(A_1 + A_2 + A_3)^{-1}A_2e_2.$$

Durch Einsetzen in (16) folgt $i_2 = Me_1 + Ne_2$, wo

$$\begin{aligned} M &= A_3 - A_3(Z_1 + Z_3)A_1(A_1 + A_2 + A_3)^{-1}(A_2 + A_3), \\ N &= A_3(Z_1 + Z_3)A_1(A_1 + A_2 + A_3)^{-1}A_2 \text{ ist.} \end{aligned}$$

Für M kann man schreiben (es gilt $A_iZ_i = Z_iA_i = I$)

$$\begin{aligned} M &= A_3 - (A_1 + A_3)(A_1 + A_2 + A_3)^{-1}(A_2 + A_3) = \\ &= A_3 - ((A_1 + A_2 + A_3) - A_2)(A_1 + A_2 + A_3)^{-1}(A_2 + A_3) = \\ &= A_3 - A_2 - A_3 + A_2(A_1 + A_2 + A_3)^{-1}(A_2 + A_3) = \\ &= -A_2 + A_2(A_1 + A_2 + A_3)^{-1}((A_1 + A_2 + A_3) - A_1) = \\ &= -A_2 + A_2 - A_2(A_1 + A_2 + A_3)^{-1}A_1. \end{aligned}$$

Für N bekommt man ähnlicherweise

$$\begin{aligned} N &= (A_1 + A_3)(A_1 + A_2 + A_3)^{-1}A_2 = \\ &= ((A_1 + A_2 + A_3) - A_2)(A_1 + A_2 + A_3)^{-1}((A_1 + A_2 + A_3) - A_1 - A_3) = \\ &= (A_1 + A_2 + A_3) - A_1 - A_3 - A_2 + A_2(A_1 + A_2 + A_3)^{-1}(A_1 + A_3). \end{aligned}$$

Es existiert also die Admittanzmatrix A und gilt (13), womit die Behauptung a) bewiesen ist. Der Beweis von b) sei als eine einfache Übung dem Leser überlassen.

Zum Schluss sei noch bemerkt, dass ähnlich wie im Falle des regulären Zweipols, auch beim regulären Vierpol im offenen sowie im kurzgeschlossenen Zustand keine freie Schwingungen auftreten können.

Literatur

- [1] Doležal V.: Über die Anwendung von Operatoren in der Theorie der linearen dynamischen Systeme, *Apl. matem.*, 1961, Nr 1.
 [2] Doležal V.: O jistých lineárních operátorech, *Čas. pro pěstování matematiky*, 1962, Nr 2.

V ý t a h

O EXISTENCI ADMITANCE RESP. IMPEDANCE PARAMETRICKÝCH DVOJPÓLŮ

VÁCLAV DOLEŽAL

Práce je věnována otázkám existence admittance resp. impedance parametrických dvojpólů. Hlavním výsledkem je věta: Každý dvojpól, utvořený výhradně sériovými a paralelními spojeními prvků R , L , C , které jsou hladkými a kladnými funkcemi času $t \geq 0$, má jak admittance tak impedance.

Závěrem je věta aplikována na parametrické čtyřpóly typu T a II -článku; je ukázáno, že každý T resp. II -článek, utvořený z parametrických dvojpolů uvažovaného typu má admítanční a impedanční matici.

Резюме

О СУЩЕСТВОВАНИИ АДМИТАНСА ИЛИ ЖЕ ИМПЕДАНСА ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ДВУХПОЛЮСНИКОВ

ВАЦЛАВ ДОЛЕЖАЛ (Václav Doležal)

Работа посвящена вопросам существования адмитанса или же импеданса параметрических двухполюсников. Главным результатом является следующая теорема: Каждый двухполюсник, образованный исключительно последовательными и параллельными соединениями элементов R , L , C , которые являются гладкими и положительными функциями времени $t \geq 0$, имеет как адмитанс, так и импеданс.

В заключение теорема применяется на случай параметрических четырехполюсников типа T и II -звена; показано, что каждое T - или же II -звено, образованное из параметрических двухполюсников рассматриваемого типа, имеет адмитансную и импедансную матрицу.

Adresa autora: Inž. Václav Doležal C.Sc., Matematický ústav ČSAV, Žitná 25, Praha 1.