Jiří Taufer

Faktorisierungsmethode für ein Eigenwertproblem eines linearen Systems von Differentialgleichungen

Aplikace matematiky, Vol. 13 (1968), No. 2, 199--200

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/103156

FAKTORISIERUNGSMETHODE FÜR EIN EIGENWERTPROBLEM EINES LINEAREN SYSTEMS VON DIFFERENTIALGLEICHUNGEN

J. TAUFER

Wir werden uns nun mit der Aufgabe der Berechnung der Eigenwerte beschäftigen. Wir suchen einen solche Parameterwert λ, dass folgendes Randwertproblem

$$\mathbf{x}'(t) + (\mathbf{A}(t) + \lambda\,\mathbf{B}(t))\,\mathbf{x}(t) = 0\,, \quad \mathbf{U}\,\mathbf{x}(a) = 0\,, \quad \mathbf{V}\,\mathbf{x}(b) = 0$$

nicht identisch verschwindende Lösung hat. Wobei $\mathbf{A}(t)$ und $\mathbf{B}(t)$ sind auf Lebeguesche Art integrierbare Matrizen vom Typus (N, N) und $\mathbf{U}$ und $\mathbf{V}$ sind Matrizen vom Typus (n, N) und $(N - n, N)$.

Satz 1. (Über die Verschiebung der Bedingungen.) *Es sei $\mathbf{c}(t)$ die absolut stetige Lösung der Gleichung*

$$\mathbf{c}'(t) + (\mathbf{A}(t) + \lambda\,\mathbf{B}(t))\,\mathbf{c}(t) = 0$$

und es gelte

$$\mathbf{U}\,\mathbf{c}(a) = 0\,.$$

Die Matrix $\mathbf{R}(t, \lambda)$ sei die absolute stetige Lösung folgende Gleichung

$$\mathbf{R}'(t, \lambda) = \mathbf{R}(t, \lambda)\,(\mathbf{A}(t) + \lambda\,\mathbf{B}(t)) + \mathbf{Z}(t, \lambda)\,\mathbf{R}(t, \lambda)$$

mit der Anfangsbedingung

$$\mathbf{R}(a, \lambda) = \mathbf{U}\,.$$

Dann gilt

$$\mathbf{R}(t, \lambda)\,\mathbf{c}(t) = 0 \quad \textit{für} \quad t \in \langle a, b\rangle\,.$$

Wobei $\mathbf{Z}(t, \lambda)$ eine beliebige integrierbare Matrix ist.

Satz 2. *Ist der Parameterwert λ ein Eigenwert, so verschwindet die Determinante*

$$\Delta(\lambda) = \begin{vmatrix} \mathbf{R}(b, \lambda) \\ \mathbf{V} \end{vmatrix},$$

und umgekehrt.

Mit Hilfe der Faktorisierungsmethode [1] erhalten wir die Werte $\Delta(\lambda)$ und $\partial\Delta(\lambda)/\partial\lambda$.

Um das endgültige Ergebnis zu erzielen, müssen wir irgendwelche Iterationsverfahren anwenden.

Die Ungenauigkeiten, welche während der numerischen Realisierung des Algorithmen der Methode entstehen, können wir uns als Störungen der ursprünglichen Aufgabe vorstellen. Dabei sind diese Störungen von solcher Art, dass wir sie a priori obschätzen können.

Literatur

[1] *J. Taufer* (1967): Faktorisierungsmethode für ein Randwertproblem eines linearen Systems von Differentialgleichungen. Aplikace matematiky *13* (1968), 191—198.

J. Taufer, MÚČSAV, Opletalova 45, Praha 1, ČSSR.