

# Aplikace matematiky

---

Jiří Taufer

Faktorisierungsmethode für ein Randwertproblem eines nichtlinearen Systems von Differentialgleichungen

*Aplikace matematiky*, Vol. 13 (1968), No. 2, 201–202

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/103157>

## Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1968

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

FAKTORISIERUNGSMETHODE FÜR EIN RANDWERTPROBLEM  
EINES NICHTLINEAREN SYSTEMS  
VON DIFFERENTIALGLEICHUNGEN

J. TAUFER

Wir suchen einen solchen Vektor  $\mathbf{x}(t)$  vom Typus  $(N, 1)$ , dass gilt

1.  $\mathbf{x}'(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t))$ ,  $t \in \langle a, b \rangle$ ,
2.  $\mathbf{U}\mathbf{x}(a) = \mathbf{u}$  und  $\mathbf{V}\mathbf{x}(b) = \mathbf{v}$

wobei  $\mathbf{U}$  und  $\mathbf{V}$  Matrizen vom Typus  $(n, N)$  und  $(m, N)$  sind.

**Satz.** Es sei  $\mathbf{c}(t)$  die Lösung der Gleichung

$$\mathbf{c}'(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{c}(t))$$

und es gelte

$$\mathbf{U}\mathbf{c}(a) = \mathbf{u}.$$

Die Funktion  $\mathbf{g}(t, \mathbf{x})$  sei die Lösung folgender Gleichungen.

$$(1) \quad \sum_{j=1}^n \frac{\partial g_i}{\partial x_j} f_j + \frac{\partial g_i}{\partial t} = \sum_{j=1}^n Z_{ij} g_j, \quad i = 1, \dots, n$$

mit den Anfangsbedingung

$$\mathbf{g}(a, \mathbf{x}) = \mathbf{U}\mathbf{x} - \mathbf{u},$$

wobei  $Z_{ij}(t, \mathbf{x})$  beliebige genügend glatte Funktionen sind. Dann gilt

$$\mathbf{g}(t, \mathbf{x}(t)) = 0 \quad \text{für } t \in \langle a, b \rangle.$$

Mit Hilfe dieses Satzes können wir die Bedingungen auf dem Intervall verschieben.

Wir bezeichnen

$$\mathbf{G}(t, \mathbf{x}_0) = \left\| \frac{\partial g_i}{\partial x_j} \right\| (t, \mathbf{x}_0).$$

Für eine feste Funktion  $\mathbf{x}_0(t)$ , welche die Gleichung  $\mathbf{x}' = \mathbf{f}(t, \mathbf{x})$  erfüllt, sind die Matrizen  $\mathbf{G}$  und  $\mathbf{g}$  Faktorisierungsmatrizen eines bestimmten linearen Problems. Anstatt der Gleichungen (1), lösen wir gewisse Faktorisierungsgleichungen, welche die Matrix  $\mathbf{G}(t, \mathbf{x}_0)$  und den Vektor  $\mathbf{g}(t, \mathbf{x}_0)$  geben. Um das endgültige Ergebnis zu erzielen, müssen wir irgendwelche Iterationsverfahren anwenden. Anstatt der partiellen Differentialgleichungen (1), lösen wir gewöhnliche Differentialgleichungen. Die Ungenauigkeiten, welche während der numerischen Realisierung des Algorithmus entstehen, können wir uns als Ungenauigkeiten der Koeffizienten der ursprünglichen Aufgabe vorstellen.