

Aplikace matematiky

Jan Kašpar

Algoritmy. 19. HORNER. Výpočet hodnoty polynomu a hodnot jeho derivací pomocí Hornerova schématu

Aplikace matematiky, Vol. 14 (1969), No. 4, 343–344

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/103243>

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1969

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

ALGORITMY

19. HORNER

VÝPOČET HODNOTY POLYNOMU A HODNOT JEHO DERIVACÍ POMOCÍ
HORNEROVA SCHEMATU

JAN KAŠPAR, prom. mat., CNM na MFF UK, Malostranské nám. 25, Praha 1

Tento algoritmus je jednou z možných oprav chybného algoritmu, publikovaného v Communications of the ACM (9, September 1968, str. 633) pod číslem 337.

procedure HORNER (*n, a, k, r, x0, b*); **value** *n, k, x0, b*;
integer *n, k*; **real** *x0*; **Boolean** *b*; **array** *a, r*;

comment Jestliže *b* nabývá hodnoty **true**, procedura umožňuje počítat hodnoty derivací

$$r[i] = d^i(\sum_{j=0}^n a[j] \times x \uparrow j) / dx^i$$

v bodě $x = x_0$ pro $i = 0, 1, \dots, k \leq n$. Jestliže *b* nabývá hodnoty **false**, počítá procedura $k + 1$ koeficientů u nejvyšších mocnin rozvoje polynomu v mocninnou řadu v okolí bodu x_0 .

$$\sum_{j=0}^n a[j] \times x \uparrow j = \sum_{i=0}^n r[i] \times (x - x_0) \uparrow i$$

begin

integer *i, j, l*; **real** *rr*;

rr := *a*[*n*];

for *i* := 0 **step** 1 **until** *k* **do**

r[*i*] := *rr*;

for *j* := *n* - 1 **step** -1 **until** 0 **do**

```

begin
   $r[0] := r[0] \times x0 + a[j];$ 
   $l := \text{if } j > k \text{ then } k \text{ else } j;$ 
  for  $i := 1$  step 1 until  $l$  do
     $r[i] := r[i] \times x0 + r[i - 1]$ 
  end;
if  $b$  then
  begin
     $l := 1;$ 
    for  $i := 2$  step 1 until  $k$  do
      begin
         $l := l \times i;$ 
         $r[i] := r[i] \times l$ 
      end
    end
  end
end HORNER

```

Zkušební příklady:

1. Pro $n = 5$, $k = 2$, $x0 = 2$, $b = \text{true}$, $a[5] = 1$, $a[4] = 2$, $a[3] = -3$, $a[2] = 8$, $a[1] = -7$, $a[0] = 11$ je $r[0] = 69$, $r[1] = 133$, $r[2] = 236$.
2. Pro $n = 7$, $k = 7$, $x0 = 2$, $b = \text{false}$, $a[7] = 1$, $a[6] = 0$, $a[5] = -7$, $a[4] = 6$, $a[3] = 4$, $a[2] = -1$, $a[1] = -2$, $a[0] = -9$ je $r[7] = 1$, $r[6] = 14$, $r[5] = 77$, $r[4] = 216$, $r[3] = 332$, $r[2] = 279$, $r[1] = 122$, $r[0] = 15$.

Má-li b hodnotu **true**, pak pro $x = 2$ polynom

$$x^5 + 2x^4 - 3x^3 + 8x^2 - 7x + 11$$

má hodnotu 69, první derivaci 133, druhou 236. Má-li b hodnotu **false**, pak

$$\begin{aligned}
 & x^7 - 7x^5 + 6x^4 + 4x^3 - x^2 - 2x - 9 = \\
 & = (x - 2)^7 + 14(x - 2)^6 + 77(x - 2)^5 + 216(x - 2)^4 + 332(x - 2)^3 + \\
 & \quad + 279(x - 2)^2 + 122(x - 2) + 15.
 \end{aligned}$$