Jiří Myslík

Algoritmy. 23. MATROV. Řešení maticových rovnic typu $\mathbf{XA} + {}'\mathbf{AX} = \mathbf{B}$

Aplikace matematiky, Vol. 16 (1971), No. 4, 315--317

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/103362`

ALGORITMY

23. MATROV

ŘEŠENÍ MATICOVÝCH ROVNIC TYPU $\mathbf{XA} + {}^t\mathbf{AX} = \mathbf{B}$

Jiří Myslík, Výzkum aplikované matematiky n. p. Škoda Plzeň

V technických aplikacích (viz Literatura) se často vyskytuje potřeba řešení maticových rovnic typu

$$(1) \qquad \mathbf{X}(n, n) \,.\, \mathbf{A}(n, n) + {}^t\mathbf{A}(n, n) \,.\, \mathbf{X}(n, n) = \mathbf{B}(n, n)$$

přičemž matice **X** a **B** jsou symetrické. Řešení rov. (1) lze převést na řešení soustavy $n(n + 1)/2$ lineárních rovnic, kterou lze maticově zapsat ve tvaru

$$(2) \qquad \mathbf{P}(n[n + 1]/2, n[n + 1]/2) \,.\, \mathbf{Y}(n[n + 1]/2, 1) = \mathbf{Q}(n[n + 1]/2, 1)$$

kde **Y** je vektor, jehož prvky jsou (po řádcích) prvky horního trojúhelníka hledané matice **X** a **Q** je vektor, jehož prvky jsou prvky horního trojúhelníka matice **B**.

Převedení rov. (1) na tvar rov. (2) provádí níže uvedená procedura nazvaná MATROV, která byla ověřena v jazyku ALGOL 1900 na počítači ICL 1905. Identifikátory této procedury odpovídají označením v rov. (1) a v rov. (2).

```
procedure MATROV (A, B, P, Q, n);
integer n; array A, B, P, Q;
begin
  integer I, J, K, L, M, LM;
  M := 0;
  for I := 1 step 1 until n do
  for J := I step 1 until n do
  begin
    M := M + 1; LM := 0;
    for K := 1 step 1 until n do
    for L := K step 1 until n do
  begin
      LM := LM + 1;
```

```
        if K = I ∧ L ≠ J then
                                begin P[M, LM] := A[L, J]; go to S1 end;
        if K ≠ I ∧ L = J then
                                begin P[M, LM] := A[K, I]; go to S1 end;
        if K ≠ I ∧ L ≠ J ∧ K = J ∧ L ≠ I then
                                begin P[M, LM] := A[L, I]; go to S2 end;
        if K ≠ I ∧ L ≠ J ∧ K ≠ J ∧ L = I then
                                begin P[M, LM] := A[K, J]; go to S2 end;
        if K ≠ I ∧ L ≠ J ∧ K ≠ J ∧ L ≠ I then
                                begin P[M, LM] := 0; go to S2 end;
        if K = I ∧ L = J ∧ K = J then
                                begin P[M, LM] := A[K, I] + A[K, I];
                                go to S2 end;
        if K = I ∧ L = J ∧ K ≠ J then
                                begin P[M, LM] := A[K, I] + A[L, J];
                                go to S2 end;
    S1: if I = J then P[M, LM] := P[M, LM] + P[M, LM];
  S2: end
    end;

    comment Následující část procedury provádí pouze přečíslování prvků pole B.
            Tato část může odpadnout, bude-li procedura naprogramována ve stro-
            jovém kódu;
    M := 1;
    for I := 1 step 1 until n do
    for J := I step 1 until n do
    begin
      Q[M] := B[I, J];
      M := M + 1
    end
  end MATROV;
```

Kontrolní příklad:

Matice **A**(4, 4)

$$\mathbf{A} = \begin{vmatrix} -8 & 0 & 0 & -16 \\ 28,6 & -43,5 & -26 & 0 \\ 0 & 29 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9,9 & 0 \end{vmatrix}$$

Matice $\mathbf{P}(10, 10)$ určená procedurou MATROV

$$\mathbf{P} = \begin{vmatrix} -16 & 57{,}2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -51{,}5 & 29 & 0 & 28{,}6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -26 & -8 & 9{,}9 & 0 & 28{,}6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -16 & 0 & 0 & -8 & 0 & 0 & 28{,}6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -87 & 58 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -26 & -43{,}5 & 9{,}9 & 29 & 0 & 0 \\ 0 & -16 & 0 & 0 & 0 & 0 & -43{,}5 & 0 & 29 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -52 & 0 & 0 & 19{,}8 & 0 \\ 0 & 0 & -16 & 0 & 0 & 0 & -26 & 0 & 0 & 9{,}9 \\ 0 & 0 & 0 & -32 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Literatura

[1] *M. Atans, P. Falb:* Optimalnoe upravlenie. Moskva, Mašinostroenie, 1968.

[2] *P. Langill:* Automatic control systems Engineering. Prentice-Hall, INC, USA, 1965.

[3] IEEE Transactions on automatic control, Volume AC-13, N. 1.

[4] *S. Kubík, Z. Kotek, M. Šalamon:* Teorie regulace II. Nelineární regulace. Praha—Bratislava, SNTL-ALFA, 1969.

[5] *J. Myslík:* Řešení Riccatiho rovnice na samočinném počítači. Automatizace 1970, č. 9, str. 235 až 237.