ZPRÁVY

ZEMŘEL PROFESOR VOJTĚCH JARNÍK

V loňském roce, 22. září 1970, utrpěla naše věda i světová matematika těžkou ztrátu. Po delší těžké nemoci zemřel v Praze profesor Karlovy university RNDr. Vojtěch Jarník, řádný člen ČSAV. Pražská matematická obec za účasti celé řady pracovníků z mimopražských vysokých škol a ústavů, řady předních vědců se rozloučila se zesnulým na prostém smutečním obřadu ústy člena presidia ČSAV akademika J. Bačkovského, předsedy vědeckého kolegia matematiky ČSAV akademika J. Nováka a děkana matematicko-fyzikální fakulty Karlovy university profesora dr. A. Švece, DrSc.

Chtěli bychom v tomto krátkém článku vyzdvihnout alespoň některé nejdůležitější rysy života a díla profesora V. Jarníka. Nemůžeme si tedy klást žádné nároky na úplnost; není to ani možné vzhledem k nebývalé rozsáhlosti a mnohostrannosti jeho díla vědeckého, pedagogického i organizátorského. Upozorněme jen na statě vyšlé v našich časopisech u příležitosti životních jubileí prof. Jarníka v r. 1957 a 1967 a n a obsáhlejší nekrology, které v letošním roce současně vycházejí.

Profesor Jarník se narodil 22. prosince 1897 v Praze v rodině universitního profesora. Po maturitě v r. 1915 ukončil v r. 1921 vysokoškolská studia doktorátem přírodních věd. Jeho pedagogická činnost započala již dříve, dvouletým působením na vysoké škole technické v Brně u prof. J. Vojtěcha. Toto období zřejmě poznamenalo další Jarníkovu činnost pedagogickou. Dovedl totiž vždy vyložit i velmi speciální otázky způsobem přístupným i nematematikům a ve své další činnosti, zejména pedagogické a organisační, věnoval značnou pozornost aplikacím.

V r. 1921 přichází prof. Jarník do Prahy, kde na Karlově universitě působí jako asistent u prof. K. Petra až do r. 1929. V tomto období byl na dvou dlouhodobých pobytech v Göttingen, kde byl žákem slavného E. Landaua. Oba tito významní matematici trvale ovlivnili další činnost mladého vědce. Začáteční zaměření Jarníkovy vědecké práce je poznamenáno osobností E. Landaua, který sám považoval Jarníka za jednoho ze svých nejlepších žáků a spolupracovníků. Po návratu z prvého pobytu v Götitingen se Jarník v r. 1925 habilitoval, v r. 1929 byl jmenován mimořádným a v r. 1935 řádným provesorem matematiky na Karlově universitě. Na Karlově universitě působil tedy skoro nepřetržitě vlastně celé půlstoletí až do odchodu do důchodu v r. 1968.

Přejděme nyní alespoň v krátkosti k Jarníkovu dílu vědeckému, pedagogickému a vědecko-organisačnímu.

Profesor V. Jarník publikoval celkém devadesát původních vědeckých prací z nejrůznějších oborů matematiky. Nejvíce se zajímal o teorii čísel a jeho práce v tomto obtížném odvětví matematiky mu získaly světovou proslulost. Neméně ceněné jsou však i další jeho práce, v nichž početně převažují práce z teorie funkcí reálné proměnné.

Pokusíme se nyní přiblížit obsah a význam Jarníkových prací tím, že uvedeme v každém tomto jmenovaném odvětví nejzávažnější Jarníkovy výsledky a pokusíme se ukázat na jejich velkou životnost. Pochopitelně to bude výběr velmi subjektivní a musí se omezit také na výsledky nejsnáze formulovatelné.

V teorii čísel pracoval Jarník zejména v teorii mřížových bodů ve vícerozměrných elipsoidech, geometrii čísel a teorii diofantických aproximací.

Teorie mřížových bodů patřila mezi největší lásky prof. Jarníka a je v jeho pracech početně nejvíce zastoupena. Základní problém, který prof. Jarník studoval, lze formulovat takto. Značí-li $Q(u_1, \ldots, u_r)$ positivně definitní kvadratickou formu, $r \geqq 2$ přirozené číslo, buď $A(x)$ počet mřížových bodů (tj. bodů s celými souřadnicemi), které leží v oboru $Q(u) \leqq x$. Značí-li $V(x)$ objem tohoto oboru, vyšetřujme funkci

$$P(x) = A(x) - V(x).$$

Snadno lze dokázat, že zbytek $P(x)$ je ve srovnání s objemem $V(x)$ relativně malý. Je totiž $V(x) = cx^{r/2}$, kde c je kladná konstanta a Landauův výsledek z let 1915—1924 ukazuje, že

$$P(x) = O(x^{r/2 - r/(r+1)}), \quad P(x) = \Omega(x^{(r-1)/4}).$$

Vzniká otázka, jaký je přesný řád funkce $P(x)$ tj. např. jaká je hodnota

$$f_Q = \limsup_{x \to \infty} \frac{\lg |P(x)|}{\lg x}.$$

Před pracemi prof. Jarníka nebyl znám ani jediný definitivní výsledek v této oblasti. Kromě výsledků uváděných výše a zlepšení Landaua a Walfisze pro formy s celočíselnými koeficienty

$$P(x) = O(x^{r/2-1}) \quad \text{pro} \quad r > 4$$

bylo známo jen velmi málo.

Jarníkovi se podařilo nejen dokázat řadu definitivních výsledků, ale navíc též obohatit tuto oblast matematiky o několik vysoce účinných nových metod. Jisté Walfiszovy práce ukazovaly, že bude jakási souvislost mezi aritmetickými vlastnostmi koeficientů formy Q a hodnotou f_Q. Jarníkovi se podařilo tuto souvislost v celé řadě případů přesně popsat. Omezíme-li se pro jednoduchost na formy tvaru

$$Q(u) = \alpha_1(u_1^2 + \ldots + u_{r_1}^2) + \alpha_2(u_{r_1+1}^2 + \ldots + u_r^2),$$

kde α_1, α_2 jsou kladná čísla, ukázal v r. 1929 Jarník, že pro $r_1 \geqq 4$, $r - r_1 \geqq 4$ je

$$f_Q = r/2 - 1 - 1/\gamma$$

kde $\gamma = \gamma(\alpha_2/\alpha_1)$ je supremum těch čísel $\beta > 0$, pro něž je nerovnost

$$|q\alpha_2/\alpha_1 - p| \leqq q^{-\beta}$$

splněna pro nekonečně mnoho dvojic přirozených čísel p, q.

Pomiňme nezaslouženě další Jarníkovy práce tohoto oboru, uveďme jen, že studuje se stejným úspěchem obecnější formy a v mnoha případech vyšetřuje funkci $P(x)$ daleko podrobněji (např. znaménkové změny, $\int_0^x (P(y))^2 \, dy$ atp.).

Zatímco teorií mřížových bodů se prof. Jarník zabýval soustavně celých čtyřicet let (jedna z posledních jeho prací z r. 1968 je např. také z tohoto oboru), věnoval se geometrii čísel poměrně krátké období kolem druhé světové války. Ovšem i těchto několik prací přináší průkopnické výsledky. Naznačme opět problematiku. Buď $K \subset E_r$ konvexní kompaktní množina, symetrická vzhledem k počátku, který je jejím vnitřním bodem. Buď λ_j infimum těch čísel $\lambda > 0$, pro něž množina λK (vzniklá stejnolehlostí se středem v počátku a s koeficientem λ) obsahuje j lineárně nezávislých mřížových bodů, $j = 1, 2, \ldots, r$. Pro tato čísla (tzn. Minkowského postupná minima) platí nerovnost

$$2^r/r! \leqq \lambda_1 \lambda_2 \ldots \lambda_r \, V(K) \leqq 2^r,$$

kde $V(K)$ je objem množiny K. Lze ukázat, že tato nerovnost je ostrá a Jarník např. charakterisuje ty množiny K, pro něž platí rovnost a ukazuje (pro $r = 2$), že má-li množina K dosti hladkou hranici, lze nerovnost podstatně zlepšit. Stěžejní význam mají také jeho práce, zobecňující tuto problematiku i pro nekonvexní množiny

Třetí Jarníkova číselně teoretická oblast je teorie dionfantických aproximací. Jeden z nejjednodušších problémů Jarníkem studovaných se týká tzv. simultánních diofantických aproximací. Zajímejme se např. o to, jak „mnoho" je těch systémů $\Theta_1, \Theta_2, \ldots, \Theta_n$ reálných čísel, pro něž nerovnosti

$$(*) \qquad |q\Theta_i - p_i| \leqq q^{-\beta_1}, \quad i = 1, 2, \ldots, r$$

mají pro dané $\beta_1 > 0$ nekonečně mnoho řešení v celých $p_1, p_2, \ldots, p_r, q, q > 0$. Formulujme Jarníkův výsledek v nejjednodušším případě $r = 1$. Jarník ukázal, že množina těchto Θ_1 má tzv. Hausdorffovu dimensi $2/(\beta_1 + 1)$. Připomeňme ještě alespoň celou řadu prací pojednávajících o tzv. principu přenosu, tj. o tom, jaký je vztah mezi řešitelností (*) v celých $p_1, \ldots, p_r, q, q > 0$ a řešitelností nerovnosti

$$|x_1\Theta_1 + x_2\Theta_2 + \ldots + x_r\Theta_r - y| \leqq x^{-\beta_2},$$

kde $x = \max |x_i| > 0, x_1, \ldots, x_r, y$ celá čísla.

Mezinárodního uznání se dostalo Jarníkovým pracem z teorie čísel mimo jiné tím, že Jarník byl od počátku členem redakční rady časopisu Acta Arithmetica, do nedávna jediného mezinárodního časopisu pro teorii čísel. Jarníkovy výsledky nalezneme v řadě monografií. Uveďme z nejznámějších namátkou: kniha Gitterpunkte in mehrdimensionalen Kugeln od A. Walfisze z r. 1957 obsahuje ve dvou kapitolách vlastně výlučně Jarníkovy výsledky, jeho výsledky nalezneme široce rozebrány i ve velmi sevřeně psaných monografiích (Koksma: Diophantische Approximationen, Cassels: An introductin to diophantine approximation — 1957, Rogers: Hausdorff Measures — 1970), dokonce Landauovo proslulé dílo Vorlesungen über Zahlentheorie z r. 1927 věnuje jednomu Jarníkovu výsledku celou kapitolu. Je snad zbytečné dodávat, že o svých výsledcích prof. Jarník přednášel na řadě konferencí, že spolupracoval s řadou matematiků světového jména, navazoval na jejich práce a svými výsledky další jejich práce indukoval. Uveďme namátkou jména: Erdös, Davenport, Landau, Rogers, Walfisz.

Teorie reálných funkcí zaujímá v Jarníkových pracech zvláštní postavení. Můžeme v podstatě odlišit tři období. Prvé je ovlivněno zřejmě prací podrobně studující známou Bolzanovu funkci a je věnováno v podstatě studiu derivace a derivovaných čísel. Druhé období je ovlivněno výsledky tzv. polské školy (Banach, Saks, Mazurkiewicz), týkající se aplikací metody Baireových kategorií. Třetí období obsahuje práce o superposicích reálných funkcí.

Zmiňme se o jednom z Jarníkových výsledků druhého uváděného období. V prostoru C(0, 1) spojitých funkcí na intervalu (0, 1) s obvyklou (stejnoměrnou) metrikou tvoří všechny funkce, které nemají v žádném bodě vlastní derivaci, residuální množinu (doplněk je I. kategorie). Jarník tento výsledek podstatně zesiluje. Ukazuje např., že až na množinu první kategorie musí pro každou spojitou funkci a pro skoro všechna $t_0 \in (0, 1)$ platit

$$\limsup_{t \to t_0} \frac{f(t) - f(t_0)}{t - t_0} = +\infty, \quad \liminf_{t \to t_0} \frac{f(t) - f(t_0)}{t - t_0} = -\infty.$$

Tato Jarníkova věta byla výchozím bodem pro K. Garga, který (v r. 1970) na jejím základě odvodil dosud nejsilnější větu tohoto charakteru. Je zajímavé, že i v pracech z prvního uváděného období Jarník doslova předběhl dobu. Např. již v r. 1925 ukzauje, že funkce, která je derivací jiné (ne nutně spojité) funkce, je funkce prvé Baireovy třídy. Tento výsledek byl postupem doby několikrát znovu objevován a celá tato problematika se dostala do popředí v současné době.

Pro Jarníkovu vědeckou práci je příznačná originalita metod a výsledků a zejména jejich definitivnost. Typické je použití nečekaných metod, spojení myšlenek z různých odvětví matematiky a schopnost doplnit originální myšlenku virtuosní technikou, schopnost dokonalého zvládnutí a vypracování i nejsložitějších myšlenek a teorií.

Je-li obtížné alespoň naznačit Jarníkův přínos k vědecké práci, je tím obtížnější obsáhnout podstatné rysy jeho činnosti pedagogické. Na druhé straně je tato stránka Jarníkovy osobnosti asi nejvíce známa, protože vychoval několik generací našich matematiků a každý, kdo dnes u nás v matematice pracuje, je přímým nebo nepřímým Jarníkovým žákem, byť i jen prostřednictvím jeho vynikajících učebnic.

O tom, jak skvěle profesor Jarník přednášel, i o tom, že byl nejlepším učitelem, kterého matematicko-fysikální fakulta Karlovy university kdy měla, mohou hovořit generace jeho posluchačů. Snad méně je známo, že prof. Jarník během celé své učitelské činnosti vždy průkopnickým způsobem zaváděl nové přednášky. Uveďme jen z počátků jeho učitelské dráhy zavádění Lebesgueova integrálu, topologických principů a vůbec množinového pojetí matematiky. Z posledních let se zmiňme o jeho přednáškách z teorie diferenciálních rovnic a speciálních funkcí a o přednášce z pravděpodobnostních metod v teorii čísel. Příznačné také bylo, jak na jedné straně vyložil látku na vysoké teoretické úrovni, na druhé straně však nezapomínal na její aplikace třeba až k početní technice. Tuto vyváženost jeho výkladu ostatně výborně dokumentují jeho učebnice a učební texty.

Prof. Jarník se velmi záhy intensivně věnoval i činnosti vědecko-organisační. Připomeňme jeho dlouholetou činnost v JČMF a řadu akademických funkcí na půdě Karlovy university. Byl také jedním z těch, kdo budovali Československou akademii věd, jedním z prvých jejích řádných členů a řadu let byl vedoucí osobností při organisaci matematického života u nás. Záslužná byla jeho mnohaletá činnost ve funkci vedoucího redaktora našeho matematického časopisu, který pozvedl na všeobecně uznávanou úroveň. Velkou péči věnoval výchově mladých pracovníků ve zdánlivě nenáročné funkci vedoucího katedry.

Za celou rozsáhlou vědeckou, pedagogickou i vědecko-organisační činnost obdržel prof. Jarník mnohá vyznamenání a pocty.

Jeho významná vědecká práce byla v r. 1952 oceněna udělením titulu laureáta státní ceny, jeho celoživotní dílo pak udělením Řádu práce (1957) a Řádu republiky (1967). V r. 1962 se stal čestným členem Jednoty československých matematiků a fyziků, Karlova universita ocenila v r. 1968 jeho zásluhy udělením čestného doktorátu a Československá akademie věd pak udělením stříbrné medaile za zásluhy o vědu a lidstvo.

Prof. Jarník byl osobností vpravdě neobyčejnou. Byl matematikem světového významu a zaníceným, vynikajícím učitelem. Měl zasvěcený a intimní vztah k rozsáhlým oblastem kultury, zejména k hudbě a literatuře. Byl neobyčejně lidský a skromný, nikdy nekladl sebe do popředí, vždy se snažil být úzkostlivě objektivní. Měl osobitý humor a dovedl být výborným vypravěčem ať už vzpomínek a historek o slavných matematicích, či historie Potštejna a okolí. Prof. Jarník patřil k předním osobnostem našeho života, k lidem důsledně pokrokovým. Jeho odchodem ztrácí naše matematika svého oddaného pracovníka, naše školy obětavého učitele, jeho odchodem ztrácíme dobrého člověka.

Jaroslav Kurzweil, Břetislav Novák