Vlado Čech

Algoritmy 29. LAGUER. Určenie koreňov polynomu Laguerreovou metodou

Aplikace matematiky, Vol. 18 (1973), No. 1, 73--75

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/103449

ALGORITMY

29. LAGUER

URČENIE KOREŇOV POLYNÓMU LAGUERREOVOU METÓDOU

VLADO ČECH, MFFUK, Praha

Nech $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_{n-1} + a_n$ (1)
je reálny polynóm, ktorého všetky korene sú reálne a navzájom rôzne, nech x_0 je ľubovoľné reálne číslo také, že $f'(x_0) \neq 0$. Potom postupnosť $\{x_i\}$ definovaná

$$x_{i+1} = x_i - \frac{nf(x_i)}{f'(x_i) + \operatorname{sign}(f'(x_i))\sqrt{h(x_i)}}, \quad (i = 0, 1, 2, \ldots)$$

kde $h(x_i) = (n-1)[(n-1)(f'(x_i))^2 - nf(x_i)f''(x_i)]$, konverguje ku koreňu polynómu (1). Rád konvergencie je 3.

Procedúra *LAGUER* určí počiatočnú aproximáciu, s požadovanou presnosťou vypočíta jeden z koreňov polynómu (nech je to x^0), polynóm vydelí koreňovým činiteľom $x - x^0$ a tento postup opakuje s novým polynómom, ktorého stupeň je o 1 nižší.

procedure *LAGUER* (n, A, k, $e1$, $e2$, X, $L1$, $L2$);

comment n ... stupeň polynómu (1)

A ... pole, deklarované v hlavnom programe s rozmermi $0 : n$, obsahujúce koeficienty polynómu (1), ktoré sú uložené postupne od koeficientu pri najvyššej mocnine po absolútneho člena v zložkách $A[0]$, $A[1]$ až $A[n]$, predpokladá sa, že polynóm je daný v normovanom tvare ($a_0 = 1$), prácou procedúry sa pôvodný obsah poľa A zničí

k ... maximálny počet iterácií pri výpočte jedného koreňa

$e1$ ... malé kladné číslo, iterovanie koreňa skončí, ak pre iterácie x_i, x_{i+1} platí $|x_i - x_{i+1}| \leqq e1$ i $|f(x_i)| \leqq e1$

$e2$ ... ak $|x| < e2$, tak reálne x pokladáme za nulové. Voľba $e2$ závisí na počítači. U MINSKu 22 sa osvedčilo $e2 = 10^{-6}$.

X ... výstupný parameter, pole, deklarované v hlavnom programe s rozmermi $1 : n$, obsahuje korene polynómu (1)

$L1\ldots$ návestie v hlavnom programe, na ktoré sa skáče, ak je metóda pre daný polynóm nevhodná (polynóm nemá všetky korene rôzne, reálne)

$L2\ldots$ návestie v hlavnom programe, na ktoré sa skáče, ak na dosiahnutie presnosti $e1$ nestačí k iterácií;

```
integer k, n; real e1, e2; array A, X; label L1, L2;

begin integer i, j, m, p; real h, w, z;

     array c[-1 : n], y[0 : 2];
     c[-1] := 0;

     for m := n step - 1 until 1 do

        begin p := 0;
              w := A[0];

              for i := step 1 until m do
                 if A[i] < w then w := A[i];

              if sign(w) < 0 then w := 1.0 - w else w := 1.0;

          La: p := p + 1;
              if p > k then go to L2;
              for i := 0 step 1 until m do c[i] := A[i];
              for j := 0, 1, 2 do
                  begin for i := 1 step 1 until m - j do
                                c[i] := c[i - 1] × w + c[i];
                            y[j] := c[m - j]

                  end;

              y[2] := 2.0 × y[2];
              z := w;
              h := (m - 1) × ((m - 1) × y[1] ↑ 2 - m × y[0] × y[2]);

              if sign(h) < 0 then go to L1;
              h := sign (y[1]) × sqrt(h) + y[1];

              if abs(h) < e2 then go to L1;
              w := - m × y[0]/h + w;

              if abs(w - z) > e1 ∨ abs(y[0]) > e1 then go to La;

              for i := 1 step 1 until m - 1 do
                  A[i] := A[i - 1] × w + A[i];
              X[m] := w
          end

end;
```

Kontrolný príklad

príkaz procedúry: $LAGUER\ (n, A, 75, 10^{-6}, 10^{-8}, X, L1, L2)$;
výsledky: polynóm $x^3 - 7.5x^2 + 17.75x - 13.125$

korene	2.50000000
	2.50000000
	1.50000000

polynóm $x^4 + 0.188685x^3 - 1.305169x^2 - 0.122802x - 0.412114$

korene	$8.44799276 \times 10^{-1}$
	$6.75451284 \times 10^{-1}$
	$-7.65615612 \times 10^{-1}$
	$-9.43319964 \times 10^{-1}$

polynóm $x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 2x - 1$

korene	2.61803400
	1.61803400
	$3.81966002 \times 10^{-1}$
	$-6.18033984 \times 10^{-1}$

Procedúra bola vytvorená v rámci cvičenia z num. matematiky na MFFUK.

Literatúra

[1] *A. Ralston:* A First Course in Numerical Analysis, McGraw-Hill Book Company, 1965.