Recenze

Aplikace matematiky, Vol. 30 (1985), No. 5, 393--395

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/104165

RECENZE

H. Cajar: BILLINGSLEY DIMENSION IN PROBABILITY SPACES. Lecture Notes in Mathematics 892, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1981, 106 stran.

V roce 1960 (Ill. Math. J. 4, 187—209) definoval P. Billingsley dimensi $b - \dim_P (M)$ náhodného jevu M v neatomickém pravděpodobnostním prostoru (X, A, P) způsobem, který připomíná definici Hausdorffovy dimense podmnožiny některého metrického prostoru:

Je-li Z_n posloupnost zjemňujících se spočtených měřitelných rozkladů prostoru X, $Z_1 = \{X\}$, takových, že $Z = \bigcup Z_n$ generuje σ-algebru A, značíme

$$L_P(M, \alpha, \delta) = \inf \{\sum P(B_i)^\alpha\,,\quad B_i \in Z\,,\quad P(B_i) < \delta\}\,,\quad \alpha, \delta > 0\,,$$

$$L_P(M, \alpha) = \lim_{\delta \to 0} L_P(M, \alpha, \delta)\,,$$

a definujme $b - \dim_P (M) = \sup \{0 \leqq \alpha \leqq 1 : L_P(M, \alpha) = +\infty\}$. Vztah mezi Billingsleyovou a Hausdorffovou dimensi stanovil v roce 1968 H. Wegmann (Z. für Wahrscheinlichkeitstheorie verw. Geb. 9, 222—231):

Je-li λ Lebesgueova míra na intervalu [0, 1], množiny v Z intervaly takové, že

$$\lambda(Z_n(x)) \to 0\,,\quad x \in X\,,\quad \frac{\ln \lambda(Z_n(x))}{\ln \lambda(Z_{n+1}(x))} \to 1\,,\quad x \in M\,,$$

kde $Z_n(x) \in Z_n$ je interval obsahující x, pak Billingsleyova dimense $b - \dim_\lambda M$ je rovna Hausdorffově dimensi množiny M.

Důsledkem je zjištění, že Hausdorffova dimense množiny $M \subset [0, 1]$ je rovna Billingsleyově dimensi $b - \dim_{P_g} \phi(M)$, kde $\phi : [0, 1] \to X = \{0, 1, \ldots, g - 1\}^N$, $g \geqq 2$, je přirozené vnoření indukované g-adickým rozvojem a $Pg = \phi(\lambda)$ odpovídající Bernoulliova míra.

Celá prvá kapitola recenzované monografie je věnována soustavnému studiu Billingsleyovy dimense a možnostem jejího efektivního stanovení.

Druhá a závěrečná kapitola prezentuje výpočet této dimense pro saturované množiny M v prostoru $(A^N, (\exp A)^N, P)$, kde A je konečná množina a P neatomická ergodická míra s Markovovou vlastností.

Připomeňme definici saturované množiny: Pro $x \in X$, H_x buď množina hromadných bodů posloupnosti měr

$$B \to n^{-1} \sum_0^{n-1} I_B(T^1(x))$$

při slabé topologii, kde T je operátor posunutí. Množina M je saturovaná, když $M = M_H = \{x : H_x = H\}$, kde H je některá souvislá uzavřená množina invariantních měr.

Množiny typu M_H se přirozeným způsobem objevují v souvislosti s Gibbsovou ergodickou hypotézou ve statistické fyzice.

Věta 7.4 na straně 73 efektivně stanovuje Billingsleyovu dimensi takových množin pomocí jisté entropie množiny H vzhledem k míře P. Známý výsledek C. L. Colebrooka (Michigan. Math. J. 17 (1970), 103—166), který říká, že Hausdorffova dimense množiny $\phi^{-1} M_H$ je inf {entropie h .

. $(\ln g)^{-1}$, $h \in H\}$ se tak stává snadným důsledkem této hluboké věty. Z hlediska teorie Billingsleyovy dimense je diskutována i práce V. Knichala z roku 1933 (Mem. Soc. Roy. Sci. Boheme, XIV) věnovaná Hausdorffově dimensi některých množin nenormálních čísel intervalu [0, 1].

Monografie předkládá ucelený přehled současného stavu problematiky, přináší nový výsledky, je zajímavá pro specialisty jak v teorii pravděpodobnosti, tak i v teorii čísel. Prezentace je přesná, text se dobře čte. Některá tisková opomenutí si čtenář snadno opraví sám. (Například: v posledním řádku na str. 13 má být $P(B_i)^\alpha$ a nikoliv $P(B_i)$, na str. 36 v tvrzení Wegmannovy věty a jejím důkazu má být $b - \dim_\lambda (M)$ a nikoliv $b - \dim_P (M)$.) *Josef Štěpán*

D. Eisenbud, B. Singh, W. Vogel: SEMINAR. Teubner-Texte zur Mathematik, BSB B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig, Band 48, Vol. 2, 1982, 108 stran.

Publikace „Seminar" D. Eisenbuda, B. Singha a W. Vogela je zaměřena zejména na oblast komutativní algebry a algebraické geometrie. Do tisku jsou přijímány buď původní vědecké práce nebo zprávy ze seminářů na Brandeis University, Waltham, Massachusetts (USA), Tata Institute of Fundamental Research, Bombay (Indie), a Martin-Luther-University, Halle (NDR). Obsahem tohoto dílu jsou původní vědecké práce: R. Achilles (Halle), L. L. Avramov: (Sofia): „Relations between properties of a ring and of its associated graded ring"; D. A. Buchsbaum; D. Eisenbud (Waltham): „Gorenstein ideals of height 3"; P. Schenzel (Halle): „A note on almost complete intersections"; H. G. Grabe (Halle): „Kanonische Parametersysteme quadratfreier Potenzproduktideale"; H. Bresinsky (Orono), W. Vogel (Halle): „Some remarks on a paper by L. Kronecker"; K. Drechselr, U. Sterz (Halle): „Die Kohomologieringe der Varietäten der p-l-Kegelschnitte und der p-l-s-Kegelschnitte"; R. Achilles, P. Schenzel (Halle): „A degree bound for the defining equations of one-dimensional tangent cones"; J. Stückrad (Leipzig), W. Vogel (Halle): „On the number of equations defining an algebraic set of zeros in n-space". *Ladislav Bican*

Florian A. Potra, Vlastimil Pták: NONDISCRETE INDUCTION AND ITERATIVE PROCESSES. Research Notes in Mathematics No 103, Pitman Advanced Publishing Program, Boston—London—Melbourne, 1984, 8 + 206 stran.

V roce 1966 vyšla práce V. Ptáka, ve které ukázal, že klasická věta o uzavřeném grafu má jednoduché kvantitativní zostření; platnost tohoto zostření není omezena na zobrazení lineární, není obtížné je formulovat i pro nelineární zobrazení mezi dvěma Banachovými prostory. Tato práce byla východiskem k vytvoření obecné teorie iterativních konstrukcí v analýze; tato teorie má mnoho analogií s klasickou metodou matematické indukce až na to, že parametr, podle kterého indukce postupuje, neprobíhá přirozená čísla, ale má kontinuální charakter. Je tedy pro tuto teorii vhodné označení metoda spojité matematické indukce.

Základní myšlenkou metody je nahrazení klasické metody měření konvergence jemnějším měřítkem, které umožňuje podat pro řadu iteračních procesů numerické analýzy odhady, které jsou ostré v celém průběhu procesu: tedy nejen asymptoticky, ale i v začátečních fázích výpočtu. V. Pták ukázal v roce 1976, že pro klasický Newtonův proces přirozenou mírou konvergence je funkce

$$\frac{r^2}{2(r^2 + a^2)^{1/2}},$$

kde r je míra přiblížení k exaktnímu řešení a číslo a je dáno počátečními parametry procesu. Tato funkce je přibližně rovna $(1/2a)\,r^2$ pro malá r a přibližně lineární $(\sim(1/2)\,r)$ pro hrubá přiblížení r. To popisuje kvadratickou konvergenci Newtonova procesu asymptoticky i chování v počátečních krocích, kdy aproximace není ještě dostatečně přesná. V řadě prací byla metoda spojité matematické indukce aplikována i na další procesy numerické matematiky a iterativní konstrukce ve funkcionální analýze, jako např. na konstrukce faktorizací v Banachových algebrách. Rovněž byly vyjasněny otázky souvislostí s ostatními principy matematické analýzy, jako například Banachovým principem kontraktivních zobrazení, který je — rovněž jako věta o uzavřeném grafu — speciálním případem.

Od roku 1979 zapojil se do práce tehdejší aspirant matematického ústavu rumunské akademie věd F. A. Potra, který v řadě prací jak samostatných, tak publikovaných společně s V. Ptákem podal další aplikace i rozvinutí metody.

Posuzovaná publikace představuje shrnutí nejdůležitějších dosud dosažených výsledků i pokus o systematický výklad teorie. Po obsáhlém úvodu, který podrobně osvětluje hlavní myšlenku metody i její motivaci a který objasňuje souvislosti s jinými matematickými disciplínami, následuje jedenáct kapitol.

Metoda je použita k získání ostrých odhadů pro řadu iterativních procesů Newtonova typu: vedle klasické Newtonovy metody jsou podány ostré odhady pro vícekrokové metody Newtonovy, metodu regula falsi a její vícekrokové varianty. Výsledky jsou dokázány pro zobrazení v libovolných Banachových prostorech. Rovněž jsou podány aplikace metody na některé problémy vlastních hodnot operátorů. Vedle aplikací v numerické matematice jsou uvedeny aplikace ve funkcionální analýze, např. faktorizace v Banachových algebrách, věta o stabilitě exaktních posloupností, tranzitivita v operátorových algebrách a Moserova věta o existenci řešení nelineárních parciálních diferenciálních rovnic.

V dodatku nalezne čtenář shrnutí základních poznatků z nelineární analýzy v Banachových prostorech, potřebných pro porozumění textu.

Monografie shrnuje řadu nových definitivních odhadů pro iterativní procesy numerické matematiky, je však zajímavá i pro nespecialisty v numerické matematice a zejména pro studující matematiky svým jednotícím přístupem k iterativním konstrukcím v analýze, kde přináší vedle nových výsledků i cenná zjednodušení klasických výsledků.

Karel Horák

David R. Owen: A FIRST COURSE IN THE MATHEMATICAL FOUNDATIONS OF THERMODYNAMICS. Undergraduate texts in mathematics. Springer-Verlag, New York—Berlin—Heidelberg—Tokyo 1984. XVII + 134 str., 52 obr.

Zakladatelé klasické termodynamiky zanechali svoji disciplínu ve stavu, který nevyhovuje dnešním nárokům na přesnost a jasnost. V minulosti bylo podniknuto nemálo pokusů o nápravu situace, ale mnohé z nich, včetně proslulé Carathéodoryovy práce, dávají uspokojivé výsledky jenom pro úzkou třídu idealizovaných systémů bez disipace, kdežto pro reálné systémy vedou v nejlepším případě jenom ke konstrukci *rovnovážných* termodynamických veličin. Teprve kritika a rozbor termodynamiky provedené C. Truesdellem v 50. letech (tohoto století) a jeho trvalý inspirující vliv vedl k nové aktivitě, která nedávno vyústila v nové řešení otázky základů termodynamiky.

D. R. Owen se na tomto vývoji podstatně podílel a recenzovaná kniha je první knihou, která vykládá termodynamiku na nových základech. Autor vychází z formulací 1. a 2. zákona, jejichž fyzikální smysl je blízký intuitivním idejím o zákonech ovládajících teplo a práci. Z toho jsou rigorózními matematickými postupy odvozeny základní termodynamické veličiny jako jsou energie, absolutní teplota a entropie a základní termodynamické vztahy. Zaváděné pojmy jsou dobře motivovány a z odvození vyniká paralela mezi oběma hlavními zákony a jejich důsledky. V souladu se záměry řady, v níž kniha vyšla, je výklad veden na elementární úrovni. Toho se dosahuje jednak tím, že jsou analyzovány pouze nejjednodušší systémy, a za druhé tím, že se při odvozování důsledků zákonů termodynamiky pro obecné systémy používá předpokladu existence ideálního plynu. V autorově definici ideálního plynu jsou postulována taková omezení na stavové funkce pro specifická tepla, že ideální plyn a priori splňuje 1. a 2. zákon termodynamiky. To sice trochu naruší důslednost výstavby teorie, neboť zmíněná omezení mohou být motivována jedině 1. a 2. zákonem termodynamiky, ale výklad se zestruční.

Kniha je opatřena seznamem symbolů, stručnou kapitolou o literatuře, cvičeními a obrázky. Je neobyčejně pečlivě napsána a dobře se čte. Doporučuji ji všem, kdo jsou si vědomi některých úskalí tradičního pojetí termodynamiky a nechtějí se s tímo stavem smířit.

Miroslav Šilhavý