Aplikace matematiky, Vol. 33 (1988), No. 4, 334--336

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/104313

33 (1988) APLIKACE MATEMATIKY No. 4, 334—336

RECENZE

S. G. Pandit, S. G. Deo: DIFFERENTIAL SYSTEMS INVOLVING IMPULSES. Lecture Notes in Mathematics 954, Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1982, stran VII + 102, cena DM 19,80.

V recenzované monografii jsou shrnuty výsledky dosažené v letech 1970—1982 skupinou indických matematiků (vedle autorů monografie ještě P. C. Das, R. R. Sharma, V. Raghavendra, V. Sree Hari Rao a M. Rama Mohana Rao). Některé z nich byly publikovány též v Czech. Math. J. (v roce 1972). Týkají se jisté třídy zobecněných diferenciálních rovnic popisujících chování systémů s impulsy, které mohou mít obecně nespojitá řešení. Autoři zapisují tyto rovnice ve tvaru

$$Dx = f(t, x) + g(t, x)\, Du\,, \tag{1}$$

kde řešení x: $J \subset R \to R^n$ se hledá zprava spojité a s konečnou variací, f a g jsou zobrazení $J \times R^n \to R^n$ dostatečně rozumná, u je zprava spojitá a má konečnou variaci a Dx, Du značí distributivní derivace (tj. Lebesguoeovy-Stieltjesovy míry — odtud plyne jeden z názvů pro takové rovnice používaný v anglicky psané literatuře a těžko použitelný v češtině: measure differential equations). Pro přesnou definici řešení je ovšem třeba upřesnit pojem distribucí zde se vyskytujících a součinu $g(t, x)\, Du$. Po všech stránkách vhodnější se ukazuje být jiná definice vyplývající z Věty 2.1 uvedené a dokázané na stranách 11—15: Funkce $x(t)$ je řešením počáteční úlohy (1), $x(t_0) = x_0$ na intervalu I ($t_0 \in I$) právě tehdy, když na intervalu I splňuje integrální rovnici

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} f(s, x(s))\, ds + \int_{t_0}^{t} g(s, x(s))\, du(s)\,, \tag{2}$$

kde integrály jsou chápány jako Lebesgueovy-Stieltjesovy integrály přes interval $(t_0, t]$. V pěti kapitolách pak autoři vyšetřili pro rovnici (1) a některé její speciální případy ($Dx = A(t)\, x + g(t, x)\, Du$, $Dx = A(t)\, x\, Du$) otázky existence, jednoznačnosti, stability, ohraničenosti a asymptotické ekvivalence. Z obvyklé základní teorie tu chybí pouze vyšetření závislosti řešení na parametrech. Autoři se ovšem také zabývali problémem optimální regulace systémů tvaru (1) resp.

$$Dx = f(t, x, u) + g(t, x, u)\, Du\,, \tag{3}$$

kde obecně nespojitá funkce u hraje roli regulace a kriteriem optimality je minimalizace funkcionálu tvaru

$$\int_{t_0}^{t} F(t, x(t), u(t))\, dt\,.$$

Kromě teorie systémů regulovaných „derivacemi" skokových funkcí (mírami) jsou dalšími zdroji úloh, které vedou na vyšetřování rovnic type (1) resp. (3) např. biomatematika nebo matematická ekonomie. Některé z takových praktických úloh jsou v monografii také zmíněny (model růstu populace v rybích líhních, Caseův-Blaquierův problém). Jedná se bezesporu o publikaci ve své době užitečnou a záslužnou. Vzhledem k poněkud křečovité snaze presentovat impulsní systémy pomocí diferenciálních rovnic se však autoři nevyhnuli některým nepřesnostem a těžkopádnostem způsobeným zejména nutností pracovat s distribucemi. Výhodnější by bylo důsledně vycházet z integrálního tvaru (2). Z integrálního tvaru (2) dané rovnice (1) je také ihned zřejmé, že některé její speciální případy (např. lineární rovnice $Dx = A(t)\, x\, Du$) jsou speciálním případem též zobecněné diferenciální rovnice ve smyslu J. Kurzweila resp. lineární „diferencio-Stiltjes-integrální" rovnice T. H. Hildebrandta. Je proto na pováženou, že ani práce T. H. Hildebrandta z roku 1959, ani základní práce J. Kurzweila z let 1957—8 nejsou v recenzované knize citovány. Autoři necitují ani práce Š. Schwabika o stabilitě a spojité závislosti na parametru řešení zobecněných diferenciálních rovnic s impulsy na daných plochách z let 1969—1971. Je třeba ještě poznamenat, že v nedávné době (viz Rozpravy ČSAV *95* (1985), sešit 6) Š. Schwabik dokázal, že rovnice (1) je i obecně speciálním případem zobecněných diferenciálních rovnic ve smyslu J. Kurzweila a lze tedy na ně přenést všechny výsledky dosažené pro zobecněné diferenciální rovnice a dále pak zobecnil výsledky o stabilitě obsažené v recenzované knize na tuto obecnější třídu rovnic a obecnější pojem stability (viz Časopis pěst. mat. *109* (1984), 389—420).

V recenzi publikované v Bull. A. M. S. *12* (2), 1985, 272—279 uvedl O Hájek jako nejzávažnější námitku a důkaz, že je cosi shnilého v celé teorii, následující paradox: Řešením počáteční úlohy

$$Dx = [D(t + aH(t - t_1))]x\,, \quad x(0) = 1 \tag{4}$$

(čili

$$x(t) = 1 + \int_{t_0}^{t} x(s)\, ds + \int_{t_0}^{t} a[dH(s - t_1)]\, x(s))\,,$$

kde H je známá Heavisideova funkce s jednotkovým skokem v bodě $t = t_1 < 0$ a $a < 0$, je podle teorie vyložené v knize funkce $x(t) = e^t$ pro $0 \leq t < t_1$, $x(t) = e^t/(1 - a)$ pro $t \geq t_1$ (v případě $a \neq 1$). Aproximujeme-li delta funkci z pravé strany rovnice v (4) obvyklým způsobem (spojitými funkcemi φ_k), dostaneme jako limitu posloupnosti řešení příslušných počátečních úloh pro obyčejné diferenciální rovnice $x' = (1 + a\, \varphi_k(t))\, x$, $x(0) = 1$ funkci $y(t) = e^t$ pro $0 \leq t < t_1$, $y(t) = e^{t+a}$ pro $t \geq t_1$, tedy něco podstatně odlišného od funkce $x(t)$ na intervalu $[t_1, \infty)$. Toto však je pouze zdánlivý paradox a nedokazuje to nic jiného, než, že pro spojitou závislost řešení na parametru v třídě funkcí s konečnou variací nestačí pouhá stejnoměrná konvergence koeficientů. Řešení posloupnosti počátečních úloh $x' = (1 + a\, \varphi_k(t))\, x$, $x(0) = 1$, kde jistá posloupnost primitivních funkcí k φ_k konverguje stejnoměrně k $H(t - t_1)$, nekonvergují k řešení počáteční úlohy (4) na intervalu $[0, \infty)$, ale k funkci, která je na intervalech $[0, t_1)$ a $[t_1, \infty)$ řešením „limitní" rovnice $Dx = [D(t + a\, H(t - t_1))]\, x$ (t.j. $x' = (1 + a\delta(t - t_1))\, x$), ale v kritickém bodě t_1 se s ní stalo cosi jiného, než co předepisuje „limitní" rovnice. Tyto zajímavé konvergenční efekty se podařilo vysvětlit (pro posloupnosti rovnic tvaru $x' = f(x, t) + g(x)\, \varphi_k(t)$) v rámci teorie zobecněných diferenciálních rovnic J. Kurzweilovi již v roce 1958 (viz Czechoslovak Math. J. 8 (83), 1958, 360—388) zavedením pojmu „důrazné" konvergence pravých stran posloupnosti rovnic k pravé straně limitní rovnice a udáním způsobu určení limitní úlohy. Nové zajímavé vysvětlení těchto efektů bude možno nalézti v práci D. Fraňkové chystané k publikaci v Czech. Math. J.

Milan Tvrdý

GENERAL INEQUALITIES 4. In memoriam Edwin F. Beckenbach. Edited by W. Walter. International Series of Numerical Mathematics, Vol. 71. Birkhäuser Verlag, Basel—Boston—Stuttgart 1984. Stran XXI + 434.

Recenzovaná publikace je sborník 37 referátů a 15 problémů a poznámek, které byly předneseny na konferenci „4th International Conference on General Inequalities", pořádané ve dnech

8.—14. 5. 1983 v Oberwolfachu v NSR. Tato konference navazovala na konference konané na totéž téma v Oberwolfachu v letech 1976, 1978 a 1981. Konference se zúčastnilo 47 odborníků ze 17 zemí. Nejpočetněji byla zastoupena NSR (14 účastníků), ze zemí soc. tábora byla zastoupena PLR (4 účastníci) a MLR (3 účastníci). Účastníci konference rozhodli, že konference bude věnována památce E. F. Beckenbacha, jenž náhle zemřel v srpnu r. 1982, a který byl jedním ze zakladatelů těchto konferencí a editorem sborníků z konferencí předešlých.

Příspěvky do sborníku jsou různorodého charakteru a není možno je na tomto místě podrobněji charakterizovat. Editor sborníku prof. W. Walter je rozdělil do několika kapitol. Úvodní příspěvek M. Goldberga je věnován E. F. Beckenbachovi, následují tyto kapitoly (v závorce uvádíme počet příspěvků v kapitole):

Inequalities for sums and integrals (8),
Inequalities in analysis and approximation (6),
Inequalities of functional analysis (6),
Functional inequalities (5),
Inequalities for differential operators (7),
Inequalities in economics, optimization and applications (4),,
Problems and Remarks (15).

Jak se již stalo tradicí, sborník je doprovázen ilustracemi z okolí Oberwolfachu, tentokráte od paní Joy Russellové.

Nerovnosti hrají důležitou úlohu v mnoha oblastech matematiky, a proto recenzovaná publikace může být užitečná širokému okruhu matematiků.

Bohumír Opic