

Luděk Granát

Metrische Eigenschaften der nichtabwickelbaren Monosysteme der Dimension $n + 1$ im Euklidischen Raume E_{2n+1} (Vorläufige Mitteilung)

Commentationes Mathematicae Universitatis Carolinae, Vol. 7 (1966), No. 1, 113--116

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/105046>

Terms of use:

© Charles University in Prague, Faculty of Mathematics and Physics, 1966

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

METRISCHE EIGENSCHAFTEN DER NICHTABWICKELBAREN MONOSYSTEME

DER DIMENSION $n + 1$ IM EUKLIDISCHEN RAUME E_{2n+1}

(Vorläufige Mitteilung)

Luděk GRANÁT, Praha

Es sei im Euklidischen Raume E_{2n+1} eine Mannigfaltigkeit, die durch ein einparametrisches System der n -dimensionalen Räume

$$B_n(t) = [A(t), u_1(t), \dots, u_n(t)], \quad u_i(t)u_j(t) = \delta_{ij}, \quad i, j = 1, \dots, n,$$

gebildet ist, dabei ist

$$\det [A', u_1, \dots, u_n, u_1', \dots, u_n'] \neq 0,$$

gegeben. Diese Mannigfaltigkeit werden wir das nichtabwickelbare Monosystem nennen.

Es habe die charakteristische Gleichung der Matrix $E(t)$ für jedes t vom Intervall Ω einfache Wurzeln. Die Matrix $E(t)$ ist die Matrix der Koeffizienten der quadratischen Form $v'(t) = \sum_{i,j}^n \alpha_i(t)\alpha_j(t)u_i'(t)u_j'(t)$, dabei ist $u_j'(t) = \sum_{i=1}^n \beta_{ij}(t)u_i(t) + u_j'(t)$, wo $u_j'(t)$ die Vektoren des Raumes $C_n(t)$, welcher zum Raume $B_n(t)$ im Raume $[A(t), u_1(t), \dots, u_n(t), u_1'(t), \dots, u_n'(t)]$ total senkrecht ist, sind.

Wenn wir für $A(t)$ die Kehllinie des Monosystems V_{n+1} wählen, man kann das Bezugssystem $\{A(t), u_1(t), \dots, \dots, u_{2m+1}(t)\}$ so bestimmen, dass die Relation $A' = \sum_{i=1}^n \rho_i u_i + \varepsilon \sqrt{1 - \sum_{i=1}^n \rho_i^2} u_{2n+1}$ gilt, wo $\varepsilon = \pm 1$ ist. Wenn wir unsere

Betrachtungen auf das Intervall $\bar{\Omega} \subset \Omega$ begrenzen, wo für alle $t \in \bar{\Omega}$ $\mu_i \neq 0$ ($i = 1, \dots, n$) gilt und wenn wir eine bestimmte Orientation wählen, dann kann man nach [4] im E_{2n+1} ein bewegliches Bezugssystem $\{A(t), u_1(t), \dots, u_{2n+1}(t)\}$ so bestimmen, dass die Relationen

$$A' = \sum_{i=1}^n \mu_i u_i + \sqrt{1 - \sum_{i=1}^n \mu_i^2} u_{2n+1},$$

$$u'_m = \sum_{i=1}^m q_i u_i + c_m u_{n+m}, \quad {}^m q_i + {}^i q_m = 0,$$

$$u'_{n+m} = -c_m u_m + \sum_{i=1}^m \mu_i u_{n+i} + \nu_m u_{2n+1}, \quad {}^m \mu_i + {}^i \mu_m = 0,$$

$$u_{2n+1} = -\sum_{i=1}^n \nu_i u_{n+i},$$

$$m = 1, \dots, n, \quad \mu_i > 0, \quad c_i > 0$$

gelten.

Das gemeinsame Lot zweier windschiefer linearer Räume E_n und E_δ , das mit jedem dieser Räume genau einen gemeinsamen Punkt hat, nennen wir die Achse dieser Räume.

Den Abstand der Schnittpunkte der gegebenen Räume mit ihrer Achse nennen wir die Länge dieser Achse. Dann gilt:

Satz 1. Es sei L_n die Länge der Achse der Räume $B_n(t_0)$ und $B_n(t_0 + h)$. Dann gilt

$$\lim_{h \rightarrow 0} L_n / h = \sqrt{1 - \sum_{i=1}^n \mu_i^2}.$$

Satz 2. Es sei φ_i ($i = 1, \dots, n$) der Winkel der Räume $B_n(t_0)$ und $B_n(t_0 + h)$. 1) Dann gilt

$$\lim_{h \rightarrow 0} |\sin \varphi_{h,i} / h| = c_i.$$

Wenn wir den Drall μ des Monosystems ähnlich wie den

1) Die Definition des Winkels zweier Räume E_n und E_δ siehe [5].

Drall der Regelfläche definieren, d.h. $\lim_{h \rightarrow 0} |L_h / \rho_h|$, wo L_h die Länge der Achse der Räume $B_n(t_0)$ und $B_n(t_0 + h)$ und ρ_h ihr Winkel ist ²⁾, definieren, dann kann man unter Voraussetzungen welche am Anfang dieser Mitteilung angeführt sind, dem Monosystem V_{n+1} für jedes $T \in \bar{\Omega}$ eine Anzahl von n Dralle (die nicht verschieden sein müssen)

$$d_i = \frac{\sqrt{1 - \sum_{m=1}^n r_m^2}}{c_i}, \quad i = 1, \dots, n$$

zuordnen.

Satz 4. Für den Drall des Monosystems gilt $d_i = |\sin \phi| / c_i$, wo ϕ der Winkel der Tangente der Kehllinie im Punkt $A(t)$ mit dem Raum $B_n(t)$ ist.

Satz 5. Für den Winkel $\psi'(t)$, welchen der Tangentialraum des Monosystems V_{n+1} im Punkt $X(t) = A(t) + \sum_{i=1}^n v_i u_i(t)$ mit dem Tangentialraum desselben Monosystems im Punkt $A(t)$ bildet, gilt

$$\operatorname{tg}^2 \psi = \sum_{i=1}^n \left(\frac{v_i}{d_i} \right)^2$$

Betrachten wir weiter die Regelfläche V_2 , die durch die Geraden $P_1(t) = [A(t), u_{2n+1}(t)]$ gebildet ist. Ihre Kehllinie unter Voraussetzung $\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \neq 0$ fällt mit der Kehllinie des Monosystems V_{n+1} zusammen. Für den Drall \hat{r} der Regelfläche V_2 gilt die Relation

$$\hat{r} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n r_i^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}}$$

Die Beweise der angeführten Behauptungen werden in der Zeitschrift Časopis pro pěstování matematiky veröffentlicht.

2) Vergleiche [1], S. 355.

L i t e r a t u r :

- [1] V. HLAVATÝ: Diferenciální geometrie křivek a ploch a tensorový počet. Praha 1937.
- [2] M. JÚZA: Ligne de striction sur une généralisation à plusieurs dimensions d'une surface réglée. Czech.Math.J. 12(87),1962,243-250.
- [3] M. JÚZA: Le système complet d'invariants d'un monosystème à trois dimensions dans l'espace euclidien à cinq dimensions. Czech.Math.J. 12(87),1962,401-403.
- [4] A. JÚZOVÁ: Euklidovské invarianty monosystémů. Časop. přest. mat. 88(1963),1-13.
- [5] Č. VITNER: O úhlech lineárních podprostorů v E_n . Čas.přest.mat.87(1962),415-422.

(Received December 15, 1965)