Úlohy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 30 (1901), No. 1, 76--80

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/108802

Úlohy.

Úloha 1.

Řešiti jest rovnici

$$(4x^2 - 11)(4x^3 - 11) = 105.$$

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 2.

Řešiti jest soustavu rovnic

$$\frac{x^5 - a}{x - b} = y^4,$$
$$\frac{y^5 - a}{y - b} = x^4.$$

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 3.

Řešiti jest soustavu rovnic

$$x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 341,$$
$$x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = 330.$$

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 4.

Řešiti jest rovnici

$$\frac{x - 12}{x^2} = \frac{15 - (x + 1)^2}{x - 2}.$$

Posl. techniky *Jaroslav Milbauer.*

Úloha 5.

Které kořeny má soustava rovnic

$$x^2 + xy + y^2 = 7$$
$$x + x^2y^2 + y = 7\,?$$

Posl. techniky *Jaroslav Milbauer.*

Úloha 6.

Budiž dokázána věta:

Je-li

$$b = \prod_{k=1}^{n} b_k ,$$

jest

$$\frac{1}{lg_b a} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{lg_{b_k} a} .$$

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 7.

Ustanoviti obecný člen a součet řady, ve které

$$a_n = a_{n-1} - a_{n-2} .$$

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 8.

Zvětší-li se každý rozměr obdélníka o 3 cm, zvětší se jeho úhlopříčka o 4 cm a jeho obsah o 60 cm^2. Které rozměry má obdélník?

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 9.

Do rovnostranného trojúhelníka vepsána jest kružnice, do zbylých částí vepsány kružnice, do částí při vrcholech trojúhelníka opět kružnice a t. d.

V kterém poměru jest součet všech těchto kruhů k ploše kruhu opsaného?

Učitel *Fr. Jirsák* v Dobřenicích.

Úloha 10.

Dán jest obdélník abcd; strana ab spatřuje se ze středu m protější strany cd v úhlu α, strana ad ze středu n protější strany bc v úhlu β.

V kterém poměru jsou rozměry obdélníka, je-li

$$\alpha = 2\beta ?$$

Učitel *Fr. Jirsák* v Dobřenicích.

Úloha 11.

Obdélník rozdělen jest úhlopříčkou a osou souměrnosti kolmou k delší straně ve dva trojúhelníky a dva lichoběžníky.

a) Jest určiti podmínku, kdy lze lichoběžníkům kružnici vepsati.

b) Jest dokázati, že pak středy těchto kružnic se středy kružnic vepsaných v oba trojúhelníky tvoří vrcholy čtverce.

Učitel *Fr. Jirsák* v Dobřenicích.

Úloha 12.

Vypočítati a sestrojiti jest úhel ostrý vyhovující rovnici

$$7 \lg \cos x + 3 \lg \sin x = 13 \lg \operatorname{tg} x.$$

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 13.

Sestrojiti jest pětiúhelník abcde, ve kterém každá z úhlopříček jest rovnoběžná s jednou stranou. Vrcholy a, b, c jsou dány.

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 14.

Dána jest plocha trojúhelníka $\Delta = 6\ cm^2$, *součet výšek* $2\sigma = 9{\cdot}4\ cm$ *a průměr kružnice opsané* $2r = 5\ cm$. *Určiti obvod a strany.*

P. *Marian Haas*, kněz na Strahově.

Úloha 15.

Obvod trojúhelníka $2s = 24$, *poloměr kružnice opsané* $r = 2{\cdot}1\sqrt{5}$, *vepsané* $\varrho = \sqrt{5}$. *Které jsou strany?*

P. *Marian Haas*, kněz na Strahově.

Úloha 16.

Z kruhu o poloměru $r = 85\ cm$ *vyřízli jsme plášť a ze dvou kruhů o poloměru* $\varrho = 26\ cm$ *základny rovnoběžnostěnu pravoúhlého, jehož povrch* $P = 15792\ cm^2$.

Které jsou rozměry rovnoběžnostěnu?

Prof. *Th. Schulz.*

Úloha 17.

Kolmému kruhovému kuželi o straně $s = 169\ cm$ *vepsána polokoule, která se pláště dotýká. Jak velký jest povrch a obsah kužele, je-li poloměr polokoule* $\varrho = 60\ cm$?

Prof. *Th. Schulz.*

Úloha 18.

a) Dán jest čtyrboký jehlan, jehož podstavou jest různoběžník abcd, vrchol v, a kdekoli v prostoru bod m. Bodem m proložiti jest rovinu σ, která by jehlan proťala v rovnoběžníku.

b) Dán jest různoběžník abcd v rovině ϱ jakožto podstava jehlanu. Které jest geometrické místo vrcholu jehlanu, jejž rovinami protínati lze ve čtvercích?

Řed. *Vinc. Jarolímek.*

Úloha 19.

Sestrojiti jest vrchol plochy kuželové v, dána-li její řídící křivka druhého stupně K a tři body na ploše m, n, p mimo rovinu křivky K.

Řed. *Vinc. Jarolímek.*

Úloha 20.

V prostoru buďtež dány tři paprsky A, B, C týmž bodem v procházející a čtvrtý D, který prvé tři neseče. Sestrojiti jest plochu kulovou, která daných čtyř paprsků se dotýká.

Řed. *Vinc. Jarolímek.*

Úloha 21.

Trať železniční má od místa A do B stoupání $tg\alpha = 0{\cdot}0262$, od B do C stoupání $tg\,\alpha_1 = 0{\cdot}0349$. Jak dlouhé jsou tratě AB, BC, má-li C od A vodorovnou vzdálenost 10 km a je-li 280 m nad A?

Prof. *Th. Schulz.*

Úloha 22.

Dány jsou body

$$a(1,\ 2),\quad b(2,\ 4),\quad c(5,\ 3).$$

a) Ustanoviti jest body d, e tak, aby v pětiúhelníku abcde každá ze čtyř stran $\overline{ab}$, $\overline{bc}$, $\overline{cd}$, $\overline{de}$ byla rovnoběžná s jednou úhlopříčkou;

b) dokázati, že též pátá strana $\overline{ea}$ *jest s příslušnou úhlopříčkou rovnoběžná.*

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 23.

V pravoúhlé soustavě dány jsou přímky

$$M \equiv 4x + 3y - 15 = 0,$$
$$N \equiv 7x - 24y + 3 = 0;$$

jest ustanoviti body, které jsou co nejblíže průsečíku daných přímek a mají od nich součet neb rozdíl vzdálenosti $k = 117$.

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 24.

Která jest podmínka, při které přímka

$$\frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1$$

jest normálou ellipsy

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1?$$

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 25.

Dána jest kuželosečka a na této tři libovolné body M_1, M_2, M_3. *Pak vedeny přímky* P_1, P_2, P_3 *rovnoběžné s hlavní osou ve vzdálenostech* FM_1, FM_2, FM_3, *kdež* F *značí ohnisko kuželosečky, a body* M_1, M_2, M_3 *spuštěny kolmice* Q_1, Q_2, Q_3 *k ose hlavní. Jest dokázati, že průsečíky* (P_1Q_1), (P_2Q_2), (P_3Q_3) *jsou na jediné přímce.*

Posl. fil. *Karel Nečas.*