

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Augustin Pánek

O posloupnosti geometrické

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 5 (1876), No. 3, 140--141

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/108845>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1876

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

sinbolički označimo

$$\sum_{m=1}^{m=n} p^{(m)} = p^4 \left[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} \right]$$

Niz u zaporku jest dobro poznata geometrijska progresija. U ovom slučaju imamo za konstantni quotient q vrédnost

$$q = 1 : \frac{1}{2} = 2 = \frac{1}{2} : \frac{1}{2^2} \quad \text{i t. d.}$$

a za sumu iste progresije

$$S_n = \frac{q^n - 1}{q - 1} = \frac{2^n - 1}{2 - 1} = 2^n - 1$$

dakle konačno

$$(R) \quad \sum_{m=1}^{m=n} p^{(m)} = p^4 \frac{2^n - 1}{2}.$$

O posloupnosti geometrické.

Podal

Augustin Pánek.

Nalezá-li se v osudí a černých a b bílých kuliček a značí-li pravděpodobnost absolutní, že vytáhneme kuličku černou u a bílou v , jest, jak známo,

$$u = \frac{a}{a+b}, \quad v = \frac{b}{a+b}.$$

Podobnost, že vytáhneme v jednom tahu kuličku černou $= u$, ve dvou tazích 1 černou a 1 bílou $= uv$, ve třech tazích 1 černou a 2 bílé $= uv^2$, ve čtyřech tazích 1 černou a 3 bílé $= uv^3, \dots$, v n tazích 1 černou a $(n-1)$ bílých $= uv^{n-1}$ aneb konečně samé bílé $= v^n$; dá pak součet podobností jednotlivých příhod jistotu, to jest

$$u + uv + uv^2 + \dots + uv^{n-1} + v^n = 1$$

aneb

$$u(1 + v + v^2 + \dots + v^{n-1}) = 1 - v^n,$$

a poněvadž podobnosti

tedy $u + v = 1$,

protož $u = 1 - v$,

$$1 + v + v^2 + \dots + v^{n-1} = \frac{1 - v^n}{1 - v},$$

což jest známý vzorec součtový posloupnosti geometrické.

Je-li řada geometrická nekonečně sestupná

$$s = u + uv + uv^2 + \dots \text{ in inf.}$$

aneb

$$s = u + v(u + uv + uv^2 + \dots)$$

aneb

$$s = u + vs$$

jest

$$s = \frac{u}{1 - v}, \quad v < 1.$$

Podobnost, že v n tazích vytáhneme nejméně jednou kuličku černou, jest

$$P = 1 - v^n = 1 - (1 - u)^n,$$

což znamená: Necht jest podobnost absolutní u , že příhoda neb příznivý případ nastane, sebe menší, může se počet pokusů n voliti tak velký, by podobnost P blížila se jednotce, t. j. onen výjev nejméně jednou se udál.

Je-li podobnost u , že výjev nastane, velmi malá, rovná se poměru 1 k číslu velkému, $u = \frac{1}{n}$, a tedy

$$P = 1 - \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n.$$

Pro $\lim n = \infty$, jest však

$$\lim \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n = \frac{1}{e},$$

značí-li $e = 2.718281\dots$ základ logaritmů přirozených, proto jest podobnost, že výjev nejméně jednou nastane

$$P = 1 - \frac{1}{e} > \frac{1}{2}.$$
