

Časopis pro pěstování matematiky a fyziky

Jindřich Svoboda

Odpověď ku článku p. Dra. W. W. Heinricha "O methodě instantánních oscillací v asteroidickém problému tří těles"

Časopis pro pěstování matematiky a fyziky, Vol. 49 (1920), No. 4-5, 258--262

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/108877>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1920

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Dans le dernier chapitre on examine une nouvelle généralisation de la théorie en admettant des écarts de la loi de proportionnalité. Cette généralisation se manifeste mathématiquement en ce que dans l'équation primitive (1) arrivent à la droite encore des membres quadratiques, éventuellement plus élevés. Cette généralisation est intéressante par le fait qu'elle permet simplement d'expliquer la formation des sons résultants.

Odpověď ku článku p. Dra. W. W. Heinricha „O methodě instantánních oscillaci v asteroidickém problému tří těles.“¹⁾

Jindřich Svoboda v Praze.

Vyvraceti námitky p. Heinrichovy proti mé kritice²⁾ znamenalo by opakovati znovu veškeré výtky, které jsem proti jeho pracím již uvedl. Proto k vůli stručnosti prohlašuji předem, že na všech v první své kritice uvedených výtkách trvám. Poněvadž p. Heinrich se odvolává na cizí odborníky a článek jeho by mohl vzbuditi zdání, že samojediný pokládám práce Heinrichovy za nesprávné, uvedu v dalším dva dopisy vynikajícího odborníka v tom oboru, profesora v Bratislavské university A. Wilkense, kterého se též p. Heinrich dovolává. (Viz Čas. XLVIII., str. 323., ř. 18. zdola.) Na dopis, ve kterém jsem prof. Wilkensovi sdělil své námitky proti práci Heinrichově a ve kterém jsem ho požádal, aby mi sdělil svůj náhled, odpověděl mi takto „Ich habe mir die Arbeit von Dr. Heinrich aus den früheren Jahren³⁾ angesehen und kann Ihnen nun eine exakte Antwort geben. Ihr Einwand ist genau derselbe, den ich damals Dr. Heinrich gegenüber geltend machte; er war aber nicht damit zufrieden und wandte sich an Schwarzschild, ohne dass ich hiervon wusste u. ohne dass ich das Urteil von Schwarzschild erfuhr. Es muss aber auch nicht zustimmend gewesen sein. Es

¹⁾ Čas. XLVIII., str. 320. a násl.

²⁾ Čas. XLVIII., str. 37. a násl.

³⁾ Astr. Nachr. Bd. 194., pag. 209. (Článek téhož obsahu jako v Čas. XLVII., str. 175. a 407.)

ist ohne Weiteres klar, dass wenn rechts in den Gleichungen Glieder höher als von der Ordnung e berücksichtigt werden, dies auch links mit den kleinen Koordinaten ξ, η geschehen muss. Deshalb bedarf die 1. Arbeit Dr. Heinrichs der Korrektur, ebenso wie die vor wenigen Tagen in den Astr. Nachr. publizierte Arbeit über die Formen der Resonanzkurve.⁴⁾ Gleichzeitig mit diesem Briefe geht auch einer an Dr. Heinrich nach Prag; ich hoffe, dass Sie sich verständigen werden. Die 1. Arbeit von Dr. H. ist die Schuld der 2.; wenn ich geahnt hätte, das Dr. H. jene 1. Arbeit noch vorzusetzen beabsichtigte, hätte ich ihn nach der Publ. der 1. gewarnt; ich habe hieran nicht gedacht, schon deswegen nicht, weil *mich selbst* die Arbeit *gar nicht* sonderlich *interessierte*, sondern sie nur als einen Versuch zur Erweiterung des Jacobischen Integrals betrachtete, aber auf unzulänglichem Wege.“

V druhém dopisu, kterým mne chtěl přiměti, abych zanechal další diskuse o této věci vedené v Astr. Nachr., napsal prof. Wilkens: „Wäre es nicht das Klügste, auf weitere ganz unfruchtbare Discussion zu verzichten, zumal das Heinrichsche Problem wirklich für Niemanden ausser Ihnen von Interesse ist, was ich Heinrich auch schon mehrfach unzweideutig gesagt habe u. was auch Prof. Kobold⁵⁾ nach Besprechung mit anderen Astronomen bestätigte. Zudem hat Heinrich den Fehler seiner Arbeit in seiner letzten Note sehr wohl prinzipiell anerkannt, in einer Form, mit der Sie sich durchaus abfinden können; denn rein mathematisch gab er Ihnen recht, das ist für Sie die Hauptsache, u. dazu hat er sich auf meine Vorstellung hin bereitgefunden. Vom störungstheoretischen Standpunkt ist Heinrichs skizziertes Verfahren eine brauchbare Approximation, auch dann, wenn Resonanzkurve nur für $k=1$ existiert; für $k=1$ wird nach

$$A_k = e^{k-1} \frac{T}{S} : A_1 = e^{-1} \frac{T}{S} = \infty,$$

wenn $e=0$ oder sehr klein, wie es sein muss; wenn die Resonanzkurve aber für $k > 1$ nicht mehr existiert, so ist das

⁴⁾ Astr. Nachr. Bd. 206., pag. 77. a násl. (Článek téhož obsahu jako práce v Král. Čes. Spol. Nauk, Zas. zprávy, 1917.)

⁵⁾ Redaktor Astr. Nachrichten.

jetzt doch ganz interesselos, nachdem Sie auf das prinzipielle Versehen in Ihrer 1. Note schon hingewiesen hatten. Wollen Sie also nochmals betonen, dass für $k > 1$ keine Resonanz mehr existiert, so wäre das nur eine alte Sache, also überflüssig.“

V prvním dopisu Wilkens zřejmě uvádí, že má proti první práci Heinrichově tytéž námitky jako já a v dopisu druhém výslovně souhlasí se mnou, že výsledky pro $k > 1$ — tedy od $k = 2$ počínaje — jsou chybné. Pokud se týče zmínky o případě $k = 1$, kde Wilkens oprávněnost výsledku Heinrichova připouští, ale pro $e = 0$ nebo velmi malé, jedná se, jak patrně, o známý důsledek z řešení kruhových. Účelem práce p. Heinrichovy bylo však uvažovati případ $e > 0$.

V mé kritice jest přece zřejmě vytknuto, že výsledky Heinrichovy jsou od $k = 2$ počínaje chybné [viz str. 39., ř. 18. shora], a proto nemohu pochopit, jak mohl p. Heinrich napsati, že by v mém tvrzení, pokud se týče kroku $k = 1$, byl rozpor [str. 333., ř. 9. a násl.]. Uvádí, že prý tvrdím na str. 38. své kritiky, že — pokud mluvíme o kroku $k = 1$, pan Heinrich neprávem vynechává člen prvního řádu $\xi e \cos nt$. Čtenář by na této stránce mé kritiky zmíněné tvrzení nejen marně hledal, ale nenašel by ani věty, ze které by o něčem podobném mohl souditi. Takový způsob polemiky působí divným dojmem, a dovedl bych jej omluvit omylem, kdyby se jednalo o jediný případ. Ale hned v následujícím odstavci (str. 333., ř. 15. zdola) čteme: „zejména není pravdou, jak pan recensent věří, že by příbrání také těchto členů“ — rozuměj členy vyšších řádů — „v etapách dalších nebylo možné.“ Stránku, na které bych něco podobného napsal, p. Heinrich necituje, a čtenář by opět nenašel v celé mé kritice ani věty podobného obsahu. Na konci téže strany (333.) vytýká p. Heinrich: „Poznámka Svobodova, že zanedbáním periodických členů vynechávám členy řádu μe R. S. p. 40. řádek 15. shora — je dle celého odstavce 2. (J.) nesprávná neboť zanedbané termy periodické jsou násobeny kmitem instantačním a tedy řádu e^2 .“ Napsal jsem přece na citovaném místě: „... vynecháním periodických členů se zanedbávají v koeficientech členy řádu μe .“ Nesprávnou stala se moje poznámka teprve, když p. Heinrich opomenul citovati věrně a slovo „v koeficien-

tech“ vynechal. Rovněž na str. 332. (ř. 12. shora) vytýká mi p. Heinrich, že ve své kritice na str. 40. nahoře nesprávně tvrdím, že excentricita má vliv již na etapu prvou, ačkoli ani na citovaném místě ani kdekoli jinde ve své kritice jsem nic takového nenapsal.

Bylo by mi ještě mnoho psáti, kdybych měl opravit všechna podobná tvrzení a celou řadu nových chyb, jichž se p. Heinrich ve své odpovědi dopustil. Doufám, že svrchu uvedené úplně dostačí k charakteristice způsobu polemiky p. Heinrichovy. Ostatně výtky p. Heinrichovy proti mé kritice týkají se jednotlivostí, které pro posouzení správnosti práce nemají významu a *všecky* — *bez výjimky* —, jak se může čtenář věci znalý přesvědčiti, obsahují buď tvrzení chybná nebo polemisují, jako svrchu uvedené, proti něčemu, co v mé kritice není. Mohu si vysvětlit jen velkou benevolencí redakce časopisu vůči p. Heinrichovi, že otiskla v časopise jeho odpověď.

Hlavní moji výtku, že k resonančním křivkám dospěl nepřipustným zanedbáním druhých a vyšších mocnin proměnných, snaží se p. Heinrich obejít tím, že je bere ve své odpovědi v úvahu, a myslí, že touto opravou zachrání existenci resonančních křivek. Nedostatky výsledného vzorce (16) [Čas. XLII., str. 417.], které jsou důsledkem tohoto opomenutí, vysvětluje scházejícími tečkami [viz Čas. XLVIII., str. 328. a 335.], které prý byly nedopatřením při tisku vynechány. K tomu podotýkám, že tečky scházejí nejen v práci české, tištěné v Praze, ale také v práci německé, tištěné v Kielu. [Viz Astr. Nachr. Bd. 194., str. 215 (11).] Zbývá tedy ještě rozhodnouti, zdali *opravami*, které provedl p. Heinrich ve své odpovědi [str. 320. a násl.], lze zachrániti existenci resonančních křivek. Odpovídám hned předem, že nikoli. Aui z aproximačních řešení, jak je p. Heinrich nyní uvádí, nedojdeme k rovnicím resonančních křivek, počítáme-li *správně*. Pan Heinrich tvrdí (str. 334., ř. 3. shora), že rovnice pro A_{kn} nejsou takového tvaru, jak uvádím na str. 40. své kritiky, nýbrž mají prý tvar $RA_{kn} = T_n$. Patrně zapomíná, že integrál na str. 327. (dole) musí hověti *původním* pohybovým rovnicím. Když integrál dosadíme, pak mezi členy, které p. Heinrich pro usnadnění počtu dal na pravou stranu rovnic, jsou

také takové, které po dosazení obsahují, jak se lze snadno přesvědčiti, též A_k a tedy i A_{kn} v mocnině první a samo sebou i v mocninách vyšších. Proto máje toto na paměti, psal jsem rovnici pro A_k ve tvaru

$$RA_k + c^2 SA_k = e^k I.$$

Píše-li p. Heinrich rovnici pro A_{kn} ve tvaru $RA_{kn} = T_n$, lze to jako aproximaci připustit, ale jen pro případ $R \neq 0$, neboť pak v T_n jest zahrnut též vedle vyšších potencií A_{kn} také mnou zvláště uváděný člen obsahující první mocninu A_{kn} . I lze psáti $A_{kn} = \frac{T_n}{R}$, ale jest naprosto chybné tvrditi, že $A_{kn} = \infty$ (resonance), když $R = 0$. V případě $R = 0$ musíme se vrátit k původní rovnici, neboť přijdou k platnosti při výpočtu A_{kn} ouy skryté členy v T_n , které obsahují první, po případě vyšší mocniny A_{kn} , jak jsem již dokázal ve své kritice [str. 40.]. Pro $R = 0$ amplitudy kmitů nestávají se nek. velikými a proto rovnice pro $R = 0$ není rovnicí resonance; z toho důvodu tvrdím, že pojednání Heinrichovo o resonančních křivkách, jakož i vývody obsažené v odpovědi jako důsledek nesprávného počtu, postrádají smyslu.

Poznámka redakce k předcházejícímu článku.

P. doc. J. Svoboda podal mi před časem obšírnou odpověď na článek p. prof. dra W. W. Heinricha. Se zřetelem ku poměrům tiskovým požádal jsem ho, aby článek svůj pokud možná — vynechávaje podrobnosti — zkrátil. Tomu on ochotně vyhověl; avšak uveřejnění bylo o jedno číslo opožděno. Jinak nebyl redakcí nijak omezován ve svém projevu, stejně jako p. prof. Heinrich ve své kritice námitek p. dr. J. Svobody.

K. Petr.