Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Václav Jeřábek

Kterak lze sestrojiti průsečíky přímky s rovnostranným hyperbolickým paraboloidem

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 27 (1898), No. 5, 308--311

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/108948

mají největší amplitudu, hustota stále touž zůstává, jsouc přirozenou, takže zde ani zhuštění ani zředění nevzniká.

12. *Chvění v píšťale zavřené.* Přikryjeme-li $^3/_4$ celého diagrammu při pokuse 11., objeví se ve skulině kmitání bodů, jako jest kmitání vrstev vzduchových v zavřené píšťale o jedné klidni; přikryjeme-li $^1/_4$ diagrammu, znázorňuje se kmitání vrstev v zavřené píšťale se dvěma klidněmi.

13. *Chvění v píšťale otevřené.* Přikryjeme-li krajní čtvrti diagrammu, jeví se ve zbylé části skuliny chvění jako u vrstev v píšťale otevřené s jednou klidní uprostřed.

Veškeré uvedené pokusy dají se mnou navrženým a také již zhotoveným vlnostrojem s naprostou jistotou a snadně provésti, jak jsem se o tom přesvědčil. Dodati dlužno, že mimo řečené pokusy možny jsou ještě mnohé jiné. Na některé z nich jsme již svrchu upozornili.

Bližší prospekty vlnostroje s udáním jeho ceny budou později pánům odborníkům od některé mechanické firmy zaslány.

Kterak lze sestrojiti průsečíky přímky s rovnostranným hyperbolickým paraboloidem.

Napsal

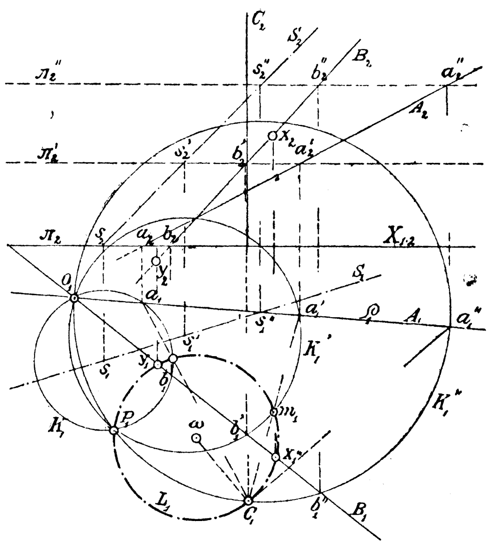
V. Jeřábek,

c. k. professor v Brně.

Sestrojení průsečíků přímky dané s hyp. paraboloidem, jehož jedna povrchová přímka stojí kolmo na řídící rovině paraboloidu, lze provésti, jak později uvidíme, pomocí pravoúhlého hyperboloidu danou přímkou tak položeného, že jeho průsek s paraboloidem promítá se na jeho rovinu řídící v kružnici, čímž lze přímo obdržeti průměty hledaných průsečíků v rovině řídící. Pojednáme tedy dříve stručně o hyperboloidu pravoúhlém a o jeho průseku s hyp. paraboloidem a pak přistoupíme k řešení úlohy svrchu předložené.

1. *Hyperboloid pravoúhlý.* Buďtež dány dvě mimoběžky S a O. Roviny π, π', π'' . . . , kolmo stojící na přímce O, pro-

tínají ji v bodech o, o', o'' . . . a přímku S v bodech s, s', s'' . . . Geom. místem kružnic K, K', K'' . . ., které mají své středy v bodech s, s', s'' . . . a v rovinách π, π', π'' . . . procházejí body o, o', o'' . . ., jest jednoplochý hyperboloid. Neboť přímkou O položená kterákoliv rovina ϱ seče kruhy K, K', K'' . . . v rovnoběžných tetivách ao, $a'o'$, $a''o''$ . . ., jejichžto středy σ, σ', σ'' . . . jsou orth. průměty středů s, s', s'' . . . v rovině ϱ. Protože středy s, s', s'' . . . leží v téže přímce S, která nestojí kolmo na rovině ϱ, nalézají se i jejich průměty σ, σ', σ'' . . . v téže přímce Σ, jsou tedy body a, a', a'' . . ., v nichž rovina ϱ seče kružnice K, K' K'' . . ., ve směru šikmém ao souměrny s body o, o', o'' . . . dle osy Σ,



a proto spojnice jejich A jest přímkou. Otáčí-li se rovina ϱ kolem přímky O, vytvoří přímka A hyperboloid jednoplochý, mající K, K', K'' za řezy kruhové.

Zvolíme-li rovinu π za průmětnu (viz obr.), promítají se kružnice K, K', K'' . . . ve svazek kružnic K_1, K_1', K_1'' . . ., jejich středy s_1, s_1', s_1'' . . ., leží v průmětu S_1 přímky S. Svazek kružnic má své realné vrcholy v bodech O_1 a P_1, které jsou orth. průměty dvou přímek O, P hyperboloidu na π kolmo stojících, a proto sluje tento hyperboloid pravoúhlý. Též snadno lze nahlédnouti, že průměty povrchových přímek jedné soustavy procházejí bodem O_1 a že jedna z nich P má svůj průmět v bodu P_1; kdežto přímky druhé soustavy mají společný bod P_1 a jedna z nich O má svůj průmět v bodu O_1.

2. *Určení hyperboloidu pravoúhlého.* Dvěma povrchovými přímkami A, B a rovinou π jednoho kruhového řezu jest hyperboloid pravoúhlý dokonale určen. To vysvitne ihned, promítneme-li přímky A, B na průmětnu π do A_1, B_1 (viz obr.) a položíme-li jejich stopami $a \equiv a_1$, $b \equiv b_1$ a průsečíkem O_1 průmětů A_1 a B_1 kružnici $K \equiv K_1$, kterou lze míti za kruhovou stopu hyperboloidu. Přímka O postavená v bodu O_1 na π kolmo, jest přímkou druhé soustavy, kdežto A a B přináležejí soustavě prvé hyperboloidu. Kterákoliv rovina π' s π rovnoběžná seče přímky A, B v bodech a', b', a jsou-li a_1', b_1' jejich průměty v průmětně π, jest kružnice K_1' jdoucí body a_1', O_1, b_1' průmětem kružnice K' procházející body a', o', b', v nichž π přímky A, O, B seče. Budiž s' středem kružnice K' a σ', středem tetivy $a'o'$. Ježto přímky A a O jsou různoběžny a příčka $a'o'$ v jejich úhlu jest stálého směru ao, jest geom. místem středu σ' přímka Σ. Obdobně jest geom. místem bodu ω', jenž tetivu $b'o'$ půlí, přímka Ω. Avšak roviny položené přímkami Σ a Ω kolmo ku rov. (AA_1) a rov. (BB_1) protínají se v přímce S středem s kruhu K jdoucí, pročež jest geom. místem středu s' přímka S a geom. místem kružnice K' hyperboloid pravoúhlý.

3. *Průsek hyperboloidu s hyperbolickým paraboloidem.* Budiž hyperboloid pravoúhlý určen mimoběžkami A, B a rovinou π kruhového řezu K. Hyp. paraboloid mějž A a C za přímky a π za rovinu řídící, a předpokládejme, že C stojí kolmo na π. Ježto hyperboloid a paraboloid mají společnou povrchovou přímku A, protínají se v prostorové křivce stupně třetího L. Dokážeme, že průmětem křivky L v průmětně π jest *kružnice* L_1.

Rovina π' kteréhokoliv kruhového řezu K' hyperboloidu seče hyp. paraboloid v přímce $a'c'$, jest tedy bod m, v němž K' a $a'c'$ se protínají bodem křivky L. Ježto K' a $a'c'$ na π promítají se do K_1' a C_1a_1', jest průsečík m_1 kružnice K_1' s C_1a_1' kterýmkoliv bodem průmětu L_1 křivky L. Přímka C paraboloidu, jsouc rovnoběžna s přímkami O, P, protíná hyperboloid v konečnu toliko v jediném bodě, jehož průmět C_1 jest pevným bodem průmětu L_1. Též i přímka P hyperboloidu má s paraboloidem v konečnu jen jediný bod společný, a jeho průmět jest v pevném bodu P_1. Protože úhel C_1 m_1 P_1, jehož ramena dvěma pevnými body C_1 a P_1 procházejí, rovná se v kružnici K_1' buďto stálému úhlu P_1 O_1 a_1' anebo jeho výplňku, jest geom. místem jeho vrcholu m_1 *kružnice* L_1.

4. *Průsečíky přímky s hyp. paraboloidem.* Přímkami řídícími hyp. paraboloidu buďtež (obr.) A (A_1, A_2), C (C_1, C_2) a rovinou řídící budiž první průmětna π kolmá ku C. Daná přímka B (B_1, B_2) nechť seče paraboloid v bodech x (x_1, x_2), y (y_1, y_2). Zobrazme první stopy a (a_2, a_1), b (b_2, b_1) přímek A, B jakož i jejich průsečíky a'(a'_2, a'_1), b'(b'_2, b'_1) s rovinou $\pi' \parallel \pi$. Nyní lze již zobraziti kružnicemi $K_1 \equiv a_1\ O_1\ b_1$, $K_1' \equiv a_1'\ O_1\ b_1'$ první průměty dvou kruhových řezů K, K' hyperboloidu pravoúhlého, který přímkami A, B jest položen a jehož přímky O a P mají své prvé obrazy v průsečících O_1 a P_1 kružnic K_1, K_1'. Narýsujeme-li ještě průmět a'_1C_1 přímky $a'c'$, jež jest průsekem roviny π' s paraboloidem, jest průsečíkem kružnice K_1' a přímky $a_1'C_1$ vyznačen obraz kteréhokoliv bodu průmětu L_1 křivky L, v níž hyperboloid a paraboloid navzájem se protínají.

Nyní jest již patrno, že průsečíky kružnice $L_1 \equiv (C_1 m_1 P_1)$ s B_1 jsou obrazy prvých průmětů x_1, y_1, hledaných bodů x, y. Kterak zobraziti lze průměty druhé, jest patrno z obrazce.

Ke konci tohoto článku dovoluji si čtenáře Časopisu upozorniti na článek „*Intersection d' une droite avec une surface du second degré; d'après M. Légrand,*“ ve kterém úloha o průsečíku přímky s hyp. paraboloidem jest řešena dle J. Neuberga jiným způsobem (viz Mathesis, 1883, str. 181.).