Milan Mikan

Kvadratická konstrukce prostorové kvintiky rodu 2 z 11ti bodů

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 59 (1930), No. 1, 33--34

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/108987`

Kvadratická konstrukce prostorové kvintiky rodu 2 z 11ti bodů.

Dr. *Milan Mikan.*

Význam prostorové kvintiky $K_2{}^5$ rodu 2, jakožto isologické křivky prostorové kvadratické transformace Cremonovy $T \equiv (\Sigma_1 \Sigma_2)$ jsem objasnil v pojednání: „Isologický komplex prostorové kvadratické transformace Cremonovy" v Rozpravách České Akademie, ročník XXXVII., čís. 41.

11ti body na téže kvadrice H je stanovena tato křivka jednoznačně (tamtéž, str. 3) a lze ji jakožto isologickou jisté kvadratické transformace sestrojiti.

1. Předpokládejme nejprve, že dva z daných 11ti bodů leží na téže površce kvadriky H a jiné dva na jiné površce téže soustavy. Tyto površky buďtež bisekantami $K_2{}^5$.

Označme ony prvé dva body ležící na téže površce O_2, B_2. Další čtyři buďtež ${}^1A, {}^2A, {}^3A, {}^4A$ a body ${}^1A, {}^2A, {}^3A, {}^4A, O_2$ proložme kubiku K^3 na H tak, aby površka $\overline{O_2B_2}$ byla její unisekantou. Další dva body ležící na téže površce označme B_1, P_2 a průsek této površky s K^3 budiž O_1. Tím stanovena kollineace svazků (O_1), (O_2)[1]. Zbývají další 3 body, jež označme postupně C_2, D_2, E_2 a spojme s B_1. Paprsky ve svazku (O_1) kollineární k paprskům resp. $\overline{O_2C_2}$, $\overline{O_2D_2}$, $\overline{O_2E_2}$ protnou postupně tyto spojnice[2]) v bodech C_1, D_1, E_1.

Útvary O_1, O_2, ${}^1A$, ${}^2A$, ${}^3A$, ${}^4A$, B_1B_2, C_1C_2, D_1D_2, E_1E_2, P_2 je dáno ∞^3 transformací T, kteréž určují tutéž kvintiku $K_2{}^5$, stanovenou bodem B_1.[3]) Další body kvintiky $K_2{}^5$ lze sestrojiti na příslušných površkách plochy H, jakožto průsečíky těchto s kvadratickými plochami α_2.[4])

---

[1]) Význam označení jednotlivých bodů je obsažen v pojednání. „Isologický komplex atd".

[2]) Tamtéž, str. 7.

[3]) Vytkneme-li další družinu M_1M_2 a vedeme-li bodem P_2 libovolně hlavní rovinu $\varkappa_1$, je stanovena jednoznačně Cremonova transformace T. (Dr. M. Mikan: „Kvadratická příbuznost 12ti družin a reprodukce 6ti bodů." Rozpravy čes. akademie ročník XXXVII., čís. 42.)

[4]) Dr. M. Mikan: „Isologický komplex."

2. Budiž nyní na H dáno 11 bodů tak, že toliko dva z nich leží na téže površce. Označme je B_1, P_2 a površku $\overline{B_1 P_2} \equiv m_1$. Z devíti dalších označme 5 takto: ${}^1A$, ${}^2A$, ${}^3A$, ${}^4A$, O_2, proložme jimi K^3 tak, aby m byla její unisekantou, 3 ze čtyř zbývajících označme C_2, D_2, E_2 a na površce $m_{2(O_2)}$ koll. $m_{1(O_1)}$, [kdež $O_1 \equiv (K^3 . m_1)$], zvolme B_2' libovolně. Desíti jmenovanými body a jedenáctým bodem B_2', jímž je původně daný jedenáctý bod — M_2 jej pojmenujeme — nahražen, je určena jediná kvintika $K_2^{5'}$ na kvadrice H. Pošinuje-li se B_2' po m_2 do poloh resp. B_2'', B_2''', ..., dostáváme obdobné kvintiky $K_2^{5''}$, $K_2^{5'''}$, ... a poněvadž všechny, procházejíce desíti body, tvoří svazek, protínají tyto kvintiky površku téže soustavy jako m_1, m_2, procházející bodem M_2, v kvadratické involuci I. Družiny této involuce I lze stanoviti, jednu po druhé, vždy jako v případě předchozím, jakožto družiny průsečíků s jednotlivými kvadrikami α_2, oné površce postupně příslušnými. K bodu M_2 v této involuci I přidružený bod dává další bod oné kvintiky K_2^5 ve svazku obsažené, která prochází bodem M_2, t. j. kvintiky žádané. Tím převedena úloha na případ předchozí.

3. Konečně budiž všech 11 bodů dáno zcela obecně a stanoveno, která soustava površek H je soustavou bisekant a která soustavou trisekant.

Označme deset z nich takto: B_1, ${}^1A$, ${}^2A$, ${}^3A$, ${}^4A$, O_2, C_2, D_2, E_2, M_2 a na površce m_1 jakožto bisekantě kvintiky žádané, vedené bodem B_1, vytkněme P_2' libovolně a sestrojme $K_2^{5'}$ tak, jako K_2^5 v případě předchozím, procházející oněmi deseti body a jedenáctým bodem P_2'.

Posouvá-li se P_2' po m_1, vzniká opět svazek kvintik a je-li b společná jejich bisekanta (površka H) vedená jedenáctým z daných bodů — označme jej N_2 — je na ni opět vyťata kvadratická involuce a bod v této involuci příslušný bodu N_2 dává další bod žádané kvintiky a úloha je převedena na případ 2.

*

Une construction quadratique de la quintique gauche de genre deux, déterminée par 11 points.

(Extrait de l'article précédent.)

Les quintiques gauches de genre deux sont courbes isologues des trasformations quadratiques de Cremona dans l'espace. Onze points d'une telle courbe étant donnés, on peut la construire comme courbe isologue de ∞^8 de transformations quadratiques de Cremona. L'auteur résout le problème d'abord pour le cas où deux couples de points donnés se trouvent sur deux bisécantes, génératrices d'un même système de la quadrique passant par la courbe; en second lieu pour le cas où il n'y a qu'un tel couple, enfin pour le cas où les points donnés se trouvent dans une position générale (sur une quadrique, bien entendu).