Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

František Josef Studnička

Poznámka k nauce o determinantech. [IV.]

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 7 (1878), No. 1, 31--33

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/109167

Poznámka k nauce o determinantech.

Sepsal

Dr. F. J. Studnička.

V posledním ročníku časopisu tohoto sestavil jsem z nauky o determinantech vše, co se dle mého přesvědčení do rámce mathematického na středních školách našich dá snadno vřaditi, v dřívějších pak ročnících podal jsem celou řadu článků jednajících o geometrickém upotřebení determinantů, takže nyní nezbývá nežli podlé příležitosti tento vděčný material doplňovati, pokud nebudu moci přikročiti ke druhému vydání svého spisu „o determinantech“ jednajícího, v němž bych pak systematicky a obšírně a při všem předc elementárně vyložil celé ústrojí této moderní budovy mathematické.

Tentokráte budiž jenom krátké upotřebení vlastností sub *i)* a *k)* v posledním ročníku pag. 206 vytknuté zde vyloženo, aby se geometricky nejen objasnily, nýbrž i zužitkovaly.

Značí-li 1, 2, 3 body v rovině, jichž pravoúhlé souřadnice jsou $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3$ a jestli zároveň

$$x_1 < x_2 < x_3,$$
$$y_1 > y_2 < y_3,$$

vyjadřuje se zdvojený obsah trojúhelníku těmito body vyznačeného vzorcem

$$2\,(123) = \begin{vmatrix} x_1, & y_1, & 1 \\ x_2, & y_2, & 1 \\ x_3, & y_3, & 1 \end{vmatrix} \tag{1}$$

kdežto pro ten případ, že druhá podmínka, platná o pořadnicích, se změní v

$$y_2 > y_3 > y_1$$

determinant se stane negativním a tudíž jest

$$2\,(123) = -\begin{vmatrix} x_1, & y_1, & 1 \\ x_2, & y_2, & 1 \\ x_3, & y_3, & 1 \end{vmatrix}.$$

Názorně možná tyto případy asi takto rozlišiti: *Přetíná-li pořadnice stranu trojúhelníku, má determinant (1) označení negativní, v opačném pak případě positivní.*

Poněvadž determinant (1) má v posledním sloupci samé jednotky, platí o něm vlastnost sub *k)* vytknutá, že k prvku ostatních sloupců možná přidati libovolné, avšak pro každý sloupec stálé veličiny, takže tu platí

$$\begin{vmatrix} x_1, & y_1, & 1 \\ x_2, & y_2, & 1 \\ x_3, & y_3, & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_1 \pm a, & y_1 \pm b, & 1 \\ x_2 \pm a, & y_2 \pm b, & 1 \\ x_3 \pm a, & y_3 \pm b, & 1 \end{vmatrix}, \qquad (2)$$

což zároveň geometricky představuje rovnoběžné pošinutí obou pořadnicových os, kterýmž se arci velikost plochy trojúhelníkové nemění.

Připojí-li se ke třem bodům čtvrtý, jehož pravoúhlé souřadnice jsou x_4, y_4 a platí-li zároveň

$$x_1 < x_2 < x_3 < x_4,$$
$$y_2 > y_4 > y_1 > y_3,$$

obdržíme čtyrúhelník, určený souřadnicemi jeho vrcholů. Spojíme-li tu pak bod 2 s bodem 3, rozloží se ve dva trojúhelníky, o jichž plochách platí podlé předešlého

$$2\,(123) = -\begin{vmatrix} x_2, & y_2, & 1 \\ x_3, & y_3, & 1 \\ x_1, & y_1, & 1 \end{vmatrix},$$

$$2\,(234) = \begin{vmatrix} x_2, & y_2, & 1 \\ x_3, & y_3, & 1 \\ x_4, & y_4, & 1 \end{vmatrix};$$

uvážíme-li tu, že první dva řádky obou determinantů jsou identické, můžeme podlé vlastnosti sub *i)* uvedené a v opačném směru přispůsobené oba determinanty v jeden spojiti, čímž obdržíme pro plochu čtyrúhelníku

$$2\,(1234) = \begin{vmatrix} x_2, & y_2, & 1 \\ x_3, & y_3, & 1 \\ x_4 - x_1, & y_4 - y_1, & 0 \end{vmatrix},$$

aneb odečteme-li prvky řádku prvního od soulehlých prvků řádku druhého a zkrátíme-li stupeň determinantu,

$$2\,(1234) = \begin{vmatrix} x_3 - x_2, & y_3 - y_2 \\ x_4 - x_1, & y_4 - y_1 \end{vmatrix}, \qquad (3)$$

což jest *vzorec, vyjadřující ploský obsah čtyrúhelníku souřadnicemi jeho vrcholů,* jenž dosud nikde nebyl tak zřejmě vytknut.

Dvojnásobný obsah tento vyjadřuje se tedy determinantem stupně druhého, jehož prvky jsou rozdíly úseček a pořadnic, příslušných konečným bodům obou úhlopříčen.

Splyne-li pak čtvrtý bod s třetím, promění se vzorec (3) v jednodušší, kterým se plocha trojúhelníku vyjadřuje a který plyne ze vzorce (1) odečítáním soulehlých prvků druhého a první řádku.

Konečně budiž poznamenáno, že vzorec (3) značí i podmínku, *kdy čtyři body leží v jediné přímce,* jelikož tu determinant tento rovná se nulle.

Výklad k některým strojům fysikalním.

Píše

prof. Dr. **Fr. Houdek.**

Abychom přání s mnoha stran vyslovenému vyhověli, počínáme v těchto listech uveřejňovati řadu výkladů k některým strojům fysikálním, jež jsou buď nové, aneb obzvláště pro školy užitečné.

Výklady ty budou se vztahovati předně k tomu, jak se stroj sestaviti a před pokusem upraviti má, a za druhé k tomu, jak se pokus prováděti musí, aby se dobře zdařil.

1. Neumannův model desetinných váh.

ab znázorňuje páku dvouramennou, *ms* můstek a *gh* páku jednoramennou. Část *ac* má 10, *de* 5, *ms* 10 a *hl* též 10 číslovaných dírek (číslice nejsou na obrazci vyznačeny).

Dvě hlavní podmínky u desetinných váh jsou uskutečněny tím, že

$$cd : ce = ln : lh = 1 : 5$$
$$cd : ca = 1 : 10$$

K modelu přidává se 5 závaží: $Q = 10$, $p = 1$, M, M_1 a M_2.

Chceme-li můstek s pákami přivésti do rovnováhy, zavěsíme závaží M do 3. dírky v levo na páce dvouramenné — ono drží můstku rovnováhu, jako miska při váze skutečné.