

# Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

---

## Úlohy

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 26 (1897), No. 1, 60--64

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/109188>

### Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1897

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Mysleme si opět, že tělo se pohybuje v pravidelném  $n$ -úhelníku  $abcd \dots$  rychlostí  $c = bh$ . Mění-li se v sousedním okamžiku  $\tau$  směr  $ab$  v  $bc$ , rozkládá se tu rychlost  $bh$  ve složky  $bk = c$  a  $bm \perp kh$ . Složkou  $bk$  děje se pohyb dále a složka  $bm$  jdoucí směrem odstředivým ruší se odporem dráhy nebo niti  $ob$ . Podobně jako v B. možno ze složky  $bm$  vytvořiti sílu odstředivou a ukázati, že se = síle dostředivé.

*Poznámka.* Uveřejnění těchto poznámek stalo se pouze ohledem na žáky, neboť jsme jisti, že mnozí pp. kollegové totéž podobně vykládají.

## Úlohy.

### Úloha 1.

*Ustanoviti obecný člen a součet arithmetické posloupnosti, ve které*

$$a_n + a_{n-1} + a_{n-2} = 3(4n - 5).$$

Řed. A. Strnad.

### Úloha 2.

*Jsou-li  $x_1, x_2$  kořeny rovnice*

$$x^2 + mx + n = 0,$$

*při které podmínce jest  $x_1^2 + x_2^2$  minimum?*

Týž.

### Úloha 3.

*Řešiti rovnici*

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \dots + \frac{1}{(x+n-1)(x+n)} = \frac{3}{2n}.$$

Prof. dr. Ant. Pleskot.

## Úloha 4.

Budiž dokázáno, že číslo tvaru

$$2^{2n+3} \cdot 7^n + 3^n \cdot 5^{n+1}$$

jest dělitelno 13ti.

Prof. dr. Ant. Pleskot.

## Úloha 5.

Řešiti rovnici

$$\cotg \frac{x}{2} + \operatorname{cosec} \frac{x}{2} + \operatorname{cosec} \frac{x}{4} = 1.$$

Týž.

## Úloha 6.

Které úhly menší než  $4R$  vyhovují rovnici

$$5 \cdot 4^{\cos x (\cos x + \sin x)} + 6 \cdot 4^{\sin x (\cos x - \sin x)} = 13(\sqrt{2})^{16}?$$

Řed. A. Strnad.

## Úloha 7.

Kterou hodnotu má výraz

$$x = \frac{\cos \alpha - \cos 5\alpha}{\cos 2\alpha - \cos 6\alpha}$$

a) při  $\alpha = 0$ , b) při  $\alpha = 180^\circ$ ?

Týž.

## Úloha 8.

Uprostřed silnice rovnoměrně stoupající stojí pomník výšky  $v$ ; vrchol jeho z dolního kraje silnice jeví se v úhlu výstupném  $\alpha$ , z horního konce v úhlu výstupném  $\beta$ . Kterou délku má silnice a které stoupání?

Týž.

## Úloha 9.

Kruh rozdělití ve dvě části kružnicí soustřednou tak, aby vnitřní kruh měl se ku mezikružší jako toto ke kruhu celému.

Týž.

## Úloha 10.

Na průměru  $\overline{ad}$  sestrojena polokružnice, do níž vepsán pravouhlý rovnoramenný trojúhelník  $abc$ . Rozpůlíme-li  $\overline{bc}$  v bodě  $d$ , protíná  $\overline{ad}$  polokružnici v bodě  $p$ . Dokázati jest, že vzdálenosti tohoto bodu od stran  $\overline{bc}$ ,  $\overline{ac}$  jsou v poměru 1:3.

Řed. A. Strnad.

## Úloha 11.

Krychle o hraně a promítuta na rovinu kolmou k její úhlopříčce. Který jest obsah průmětu? Týž.

## Úloha 12.

Kužel kruhový kolmý rozdělen jest řezem rovnoběžným ku základně ve 2 části stejného povrchu i stejného obsahu. Který úhel tvoří strana jeho s osou? V kterém poměru jest obsah řezu k obsahu základny? Týž.

## Úloha 13.

V pravidelném jehlanu tvoří dvě sousední hrany pobočné úhel  $30^\circ$ , dvě sousední stěny pobočné úhel  $146^\circ 4' 28''$ . Kolikaboký jest jehlan? Týž.

## Úloha 14.

Vrchol čtverce má souřadnice (12, 15), úhlopříčka jím neprocházející má rovnici  $5x + 12y - 71 = 0$ . Které souřadnice mají ostatní tři vrcholy čtverce? Týž.

## Úloha 15.

Bodem  $p$  (6, 3) stanoviti přímku  $P$ , která s přímkami

$$M \equiv 3x + y - 6 = 9$$

$$N \equiv x - 3y + 8 = 0$$

omezuje trojúhelník rovnoramenný.

Týž.

## Úloha 16.

Jsou-li  $A_1, A_2, A_3$  směrnice tří přímek, z nichž každé dvě tvoří spolu úhel  $60^\circ$ , dokažte, že

$$\frac{A_1 + A_2}{A_3} + \frac{A_2 + A_3}{A_1} + \frac{A_3 + A_1}{A_2} = 6.$$

Řed. A. Strnad.

## Úloha 17.

Podati jest důkaz, že rovnici

$$a \cos \alpha + b \sin \alpha = c$$

lze graficky řešiti takto: Sestrojme v pravouhlé soustavě bod  $p$  ( $a, b$ ) a kružnici  $x^2 + y^2 = c^2$ ; vedeme-li bodem  $p$  tečnu dotýkající se v bodě  $m$ , tvoří poloměr  $\overline{om}$  s osou  $X$  žádaný úhel  $\alpha$ .

Týž

## Úloha 18.

Která jest číselná výstřednost ellipsy, jejíž parametr jeví se z jednoho vrcholu v úhlu  $\alpha$ , ze druhého v úhlu  $\beta$ ? Týž.

## Úloha 19.

Ohniskem hyperboly, jejíž poloosy jsou  $a, b$ , prochází sečna kolmá k asymptotě. Jak dlouhou tětivu obsahuje? Týž.

## Úloha 20.

Dělová koule o hmotě 15 kg jest vystřelena rychlostí 500 m z děla 3 m dlouhého. Kolik megadyn obnáší střední síla prachu působící na kouli?

Prof. dr. Ant. Pleskot.

## Úloha 21.

Na hmotu rychlostí 4 m se pohybující přestane působiti síla a hmota pohybuje se pak ještě 18 vteřin; jak velký jest koeficient tření? Týž.

### Dodatek o řešení úloh z ročníku XXV.

Správné řešení úloh z předešlého ročníku zaslali dodatečně pp.:

*Karel Böhm*, stud. ve Vídni, úl. 44., 45., 47., 49., 58., 59., 60., 63., 64., 66.

*Karel Hrníček*, stud. v Brně, úl. 48., 57., 59., 63., 64., 66., 68., 69.

*Bedřich Hrubý*, stud. v Brně, úl. 36., 37., 40., 44., 47., 48., 52., 56.

*Václav Kánský*, stud. v Brně, úl. 33., 36., 37., 38., 41., 46., 60., 62.

*Viktor Kidles*, stud. VI. tř. r. na Malé Straně v Praze, úl. 47., 48., 50., 65. a 65.

*Jos. Kříž*, stud. v Praze, úl. 34., 35. až 38., 44., 45., 47., 48., 50., 55.

*Jiří Nerád*, stud. VII. tř. g. v Hradci Králové, úl. 34., 35., 37., 43., 61., 63., 64., 65., 66. a 70.

*Norbert Novotný*, stud. VI. tř. r. v Budějovicích, úl. 33., 47., 48., 52., 55., a 62.

*Josef Ryš*, stud. VII. tř. g. v Křemencové ulici v Praze, úl. 33., 47., 48., 50., 62. a 65.

*Jan Starý*, právník v Praze, úl. 34., 35., 37., 38., 40., 56., 58., 59., 62.

*Augustin Straka*, stud. VI. tř. g. v Brně, úl. 33., 47., 48., 55., 61., 62. a 64.

*Otakar Zich*, stud. VII. tř. g. v Křemencové ulici v Praze, úl. 33., 35., 40., 44., 46., 47., 48., 49., 50., 55., 62. a 65.

