[14] Théorème fondamental de la théorie du contact des courbes. Czechoslovak Mathematical Journal *7 (82)*, 1957.
[15] Zvýšení styku křivek promítáním. Matematicko-fyzikálny časopis SAV, *VII* (1957).
[16] Zvýšení styku křivek promítáním (případ protínajících se křivek trojrozměrného prostoru). Sborník II. věd. konference fak. stroj. ČVUT, SNTL 1958.
[17] Elementární prostorové určení oskulačních kružnic kuželoseček I. Matematicko-fyzikálny časopis SAV, *15* (1965).
[18] Zobecnění normál kuželoseček. Rozhledy matematicko-přírodovědecké, roč. *23*, 1943/44.
[19] Geometrické místo středů podobných kuželoseček v síti podobných kuželoseček. Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, *72* (1947).
[20] Dvojsíťové promítání na jednu průmětnu s redukovanou basí. Acta polytechnica, Práce ČVUT v Praze, 1972.

ZDENĚK FROLÍK LAUREÁTEM STÁTNÍ CENY KL. GOTTWALDA

Za vytvoření a aplikaci obecné deskriptivní teorie prostorů a množin byla letos dr. ZDENKOVI FROLÍKOVI, DrSc., udělena státní cena Kl. Gottwalda.

Z. Frolík začínal svou vědeckou dráhu aspiranturou v Matematickém ústavu Karlovy university pod vedením M. Katětova. Během této doby zadal do tisku více než 10 původních vědeckých článků a aspiranturu ukončil ve zkrácené lhůtě 2 let v r. 1959. Většina jeho prací vytvořených okolo r. 1960 (v letech 1961—1966 byl vědeckým pracovníkem Matematického ústavu Karlovy university, od r. 1966 je vědeckým pracovníkem Matematického ústavu Čs. Akademie věd) mají charakter základních prací svého oboru a jsou neustále citovány. Připomeňme si alespoň práce o topologicky úplných prostorech či o reálně kompaktních prostorech a jejich zobecněních, práci „*The topological product of pseudocompact spaces*", Czech Math. J. *10* (1960), 339—349, týkající se rovnosti $\beta(P \times Q) = \beta P \times \beta Q$ a práci „*On the topological product of paracompact spaces*" Bull. Acad. Polon. Sci. *8* (1960), 747—750, jejíž základní myšlenky se opět objevily později při studiu M-prostorů K. Mority a p-prostorů A. Archangelského. Je zajímavé si na tomto místě všimnout, že některých pojmů a tvrzení vytvořených Z. Frolíkem před více než 10 lety se začalo intensivně používat právě v posledních letech (pseudo-m-kompaktnost, z-uzavřená zobrazení aj.). Přibližně ve stejné době začaly vycházet i první Frolíkovy práce o separabilní deskriptivní teorii prostorů a množin, které vyvrcholily sdělením „*A contribution to the descriptive theory of sets and spaces*" předneseným na prvním topologickém symposiu v Praze r. 1961. Frolíkovy výsledky v deskriptivní teorii byly v souladu s ostatními výsledky v tomto směru, kterých po 2. světové válce dosáhl hlavně G. Choquet, byly však obecnější a s možností dalšího rychlého rozvoje. Frolíkovo zobecnění nebylo motivováno jen potřebami topologie a mělo dopad i na jiné partie matematiky (teorie pravděpodobnosti, matematická analýza).

Klasická deskriptivní teorie v separabilních metrických prostorech je v jistém smyslu postavena na spojitých zobrazeních z prostoru Σ iracionálních čísel; např. analytické prostory ve třídě všech metrických separabilních prostorů jsou právě spojité obrazy prostoru Σ. Z. Frolík zobecnil tuto teorii užitím mnohoznačných zobrazení. Mnohoznačné zobrazení $f: P \to Q$ se nazývá *shora polospojité* (*usco*), jestliže vzory uzavřených množin jsou uzavřené, *kompaktní*, jestliže hodnoty fx jsou kompaktní a konečně *disjunktní shora polospojité* (*dusco*), jestliže je usco a obrazy různých bodů jsou disjunktní. Pro čtenáře méně seznámené s deskriptivní teorií naznačíme před uvedením hlavních Frolíkových výsledků některé základní pojmy. *Borelovské množiny* jsou prvky nejmenší σ-algebry podmnožin daného topologického prostoru, která obsahuje všechny uzavřené množiny; *baireovské množiny* jsou prvky nejmenší σ-algebry obsahující množiny tvaru $f^{-1}[0]$, kde f probíhá spojité reálné funkce (tj. nejmenší σ-algebry, při níž jsou všechny spojité reálné funkce měřitelné).

V dalším se pro jednoduchost omezíme jen na úplně regulární Hausdorffovy prostory. Z. Frolík nazval prostor *analytický* (resp. *borelovský*), jestliže je obrazem Σ při usco-kompaktním zobrazení (resp. dusco-kompaktním zobrazení). Prostor P nazval *bianalytický*, jestliže P i $\beta P - P$ jsou současně analytické prostory (pak borelovské prostory jsou právě prosté spojité obrazy bianalytických prostorů). Zřejmě každý analytický (a tedy i borelovský a bianalytický) prostor je Lindelöfův a tedy omezením uvedených definic na metrizovatelné prostory dostaneme separabilní prostory; v tomto případě se lze omezit na jednoznačná spojitá zobrazení a borelovské a bianalytické prostory pak splývají se separabilními absolutně baireovskými metrizovatelnými prostory. Do obecného případu se dají přenést základní tvrzení z metrizovatelných prostorů; uvedeme některá z nich (připomeňme, že Suslinovy množiny se dají definovat jako obrazy Σ při mnohoznačných zobrazeních s uzavřeným grafem — též Frolíkův výsledek): (1) *Třída všech analytických (borelovských) prostorů je uzavřeně dědičná, spočetně součinová a uzavřená při usco-kompaktních zobrazeních (dusco-kompaktních zobrazeních)*; (2) *Analytické prostory jsou právě absolutní Suslinovy prostory*; (3) *Je-li A analytický podprostor P, B Suslinova množina v P disjunktní s A, pak existuje baireovská množina C tak, že $A \subset C \subset P - B$ a dále existuje spojité zobrazení f z P do separabilního metrizovatelného prostoru tak, že $f[A] \cap f[B] = \emptyset$.* Navíc Z. Frolík dokázal v obecném případě některá tvrzení, která, použita v metrizovatelném případě, dala dosud neznámé a hledané výsledky. To je např. vnitřní charakterisace borelovských prostorů. K jejímu uvedení si musíme nejdříve zavést následujícím pojem: soustava pokrytí prostoru P se nazývá *úplná*, jestliže libovolný filtr v P obsahující aspoň jednu množinu z každého prvku soustavy má hromadný bod. Borelovské prostory jsou právě prostory, v nichž existuje úplná spočetná soustava $\{\mathcal{M}_n\}_1^\infty$ disjunktních spočetných pokrytí s vlastností: $\bigcap_{n=1}^{\infty} M_n = \bigcap_{n=1}^{\infty} \overline{\bigcap_{k=1}^{n} M_n}$, jakmile $M_n \in \mathcal{M}_n$ (tuto vlastnost lze nahradit vlastností: prvky $\mathcal{M}_n$ jsou analytické podprostory P). Podobně lze charakterisovat analytické prostory jsko prostory, v nichž existuje úplná posloupnost spočetných pokrytí. Všechna tato a další tvrzení lze nalézt v již zmíněném příspěvku publikovaném v Proc. Prague Top. Symp. 1961.

V dalších letech Z. Frolík výsledky rozšiřoval a prohluboval. Nemůžeme zde podrobně hovořit o všech jeho výsledcích z deskriptivní teorie (prací Z. Frolíka týkající se tohoto oboru je hodně přes 30). Zmíníme se jen o několika z nich. V článku „*On the Souslin graph theorem*", Comment. Math. Univ. Carolinae *9* (1968), 243—249, je dokázána obdoba známé věty o uzavřeném grafu z teorie Banachových prostorů: *Nechť E je topologický lineární prostor induktivně vytvořený homomorfismy z topologických lineárních prostorů 2. kategorie a F je analytický lokálně konvexní prostor; je-li f homomorfismus E do F, jehož graf je Suslinova množina v $E \times F$, pak f je spojité.* V práci „*Stone-Weierstrass theorems for $C(X)$ with the sequential topology*", Proc. Amer. Math. Soc. *27* (1971), 486—494, je dokázána následující analogie Stone-Weierstrassovy věty: *Je-li P analytický prostor, $\mathcal{A}$ algebra spojitých funkcí na P rozlišující body, pak $\mathcal{A}$ je hustá v $C(P)$ v topologii bodové konvergence posloupností.* V práci „*A measurable map with analytic domain and metrizable range is quotient*", Bull. Amer. Math. Soc. *76* (1970), 1112—1117, je zobecněna Luzinova věta na případ vystižený titulem práce.

Zmínili jsme se zatím jen o separabilní deskriptivní teorii. Pokud se jedná o zobecnění deskriptivní teorie z metrických (i neseparabilních) prostorů, je situace značně složitější, ale i zde již bylo dosaženo značného pokroku a to zejména Z. Frolíkem a A. H. Stonem. Vzhledem k mnohem větší složitosti tu nebudeme uvádět podrobnosti; ty lze spolu s bohatou literaturou najít v přehledné práci „*A survey of descriptive theory of sets and spaces*", Czech. Math. J. *20* (1970), 406—467, kde je publikován souhrn předchozích výsledků týkající se deskriptivní teorie množin a prostorů a současně jsou uvedeny možnosti dalšího zobecnění, užije-li se jiného prostoru než Σ a tedy i zobecněné Suslinovy operace. Na tyto Frolíkovy výsledky navázala řada matematiků (jako např. C. A. Rogers, J. E. Jayne, R. W. Hansell).

Je nutno se zmínit i o ostatních výsledcích Z. Frolíka, kterých dosáhl ve stejné době a které měly přinejmenším takový ohlas jako již zmíněné práce z deskriptivní teorie. Velmi významné jsou jeho práce o Čech-Stoneově β-obalu prostoru P. Za skoro souhrnný článek těchto výsledků s odkazy na další práce může sloužit článek „*Fixed points of maps of ED spaces and complete Boolean algebras, and application to homogenity problems*", Proc. Top. Symp. Kanpur 1968, 131—142. Z. Frolík vytvořil teorii typů ultrafiltrů a dokázal jejich základní vlastnosti. Uvedeme nyní stručně některé aplikace této teorie: (1) *Jestliže P není pseudokompaktní, pak $\beta P - P$ není homogenní* (bez hypotézy kontinua); (2) *Existují prostory P_n, P tak, že pro každé n jsou prostory P_n^n, P^n spočetně kompaktní, ale P_n^{n+1}, P^{ω_0} nejsou spočetně kompaktní*; (3) *Je-li f homeomorfismus kompaktního extremálně nesouvislého prostoru P do sebe, tak existuje disjunktní rozklad $P = \bigcup_{i=1}^{4} X_i$ na obojetné množiny a to tak, že f je identita na X_1 a $f[X_i] \cap X_i = \emptyset$ pro $i = 2, 3, 4$*; (4) *Je-li x pevný bod spojitého zobrazení f extremálně nesouvislého prostoru do sebe, pak každé okolí bodu x obsahuje f-invariantní obojetné okolí.*

V poslední době se Z. Frolík stále více zabývá měřitelnými prostory a problémy s nimi spojenými (to je ovšem v úzkém vztahu s deskriptivní teorií). Jeho hlavní výsledky v tomto oboru se týkají aplikací metod uniformních prostorů na prostory s mírou a opačně (v obecném případě, nikoliv jen v separabilním) a projektivních limit předsvazků prostorů s mírami; na 6. symposiu o matematické statistice a teorii pravděpodobnosti v Berkeley, 1970, přednesl Z. Frolík přednášku, kde uvedl velmi obecné podmínky pro to, aby tato limita existovala v třídě všech prostorů s mírami (samozřejmě σ-aditivními).

Z uvedeného stručného souhrnu lze vyčíst, že velkou předností Frolíkových prací je aplikovatelnost jeho výsledků a to nejen v topologii ale i v jiných oblastech matematiky. To mu umožňuje široký okruh jeho zájmu, který lze i dokumentovat na jeho pedagogické činnosti na Matematicko-fysikální fakultě Karlovy university. Vede semináře z komplexní analyzy, z obecné a kategoriální topologie a další z abstraktní analyzy, jehož obsahem jsou pravděpodobnostní prostory, stochastické procesy, teorie potenciálu aj. Vůbec jeho činnost na universitě byla tak bohatá (kromě uvedeného vedl diplomaty a školil aspiranty) a záslužná (jeho odborná pomoc studentům i odborným pracovníkům je nedocenitelná) že pro MFF KU je velikou ztrátou jeho úplný odchod z fakulty (dosud byl s fakultou spojen částečným úvazkem).

Na závěr bych chtěl jménem matematiků blahopřát Z. Frolíkovi k udělení státní ceny a popřát mu mnoho dalších vynikajících výsledků.

Miroslav Hušek, Praha

OPRAVA

Nedopatřením redakce se stalo, že předposlední odstavec zprávy „*Třetí pražské topologické symposium*" (tento Časopis, *97* (1972), 342—4) nebyl vytištěn kursivou jako odstavec předcházející, ačkoliv je též součástí citovaného dopisu.

Redakce