Josef Král

Jedna domněnka o subharmonických funkcích

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 110 (1985), No. 4, 415

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/118241

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 110 (1985), Praha

PROBLÉM

JEDNA DOMNĚNKA O SUBHARMONICKÝCH FUNKCÍCH

Je-li $G \subset \mathbb{R}^m$ otevřená množina, pak $C^{(1)}(G)$ bude obvyklý prostor reálných spojitě diferencovatelných funkcí na G. Pro $f \in C^{(1)}(G)$ označme symbolem $\partial_j f$ parciální derivaci funkce f podle j-té proměnné a položme

$$Z(f) = \{x \in G;\ \partial_j f(x) = 0,\ 1 \leqq j \leqq m\}\,.$$

Objem koule

$$B(z, r) = \{x \in \mathbb{R}^m;\ |x - z| \leqq r\}$$

budeme značit $|B(z, r)|$.

Rozhodněte, zda platí následující

Domněnka. *Jestliže $f \in C^{(1)}(G)$ splňuje podmínku*

$$\int_{B(z,r)} f(x)\,\mathrm{d}x \geqq f(z)\,|B(z, r)| \tag{1}$$

pro každou kouli $B(z, r) \subset G \setminus Z(f)$, pak je subharmonická na G, tj. podmínka (1) je splněna pro vůbec všechny koule $B(z, r) \subset G$.

Poznámka. Podle Proposition 1 z článku
J. Král: Some extension results concerning harmonic functions, J. London Math. Soc. (2) *28* (1983), 62–70

podobné tvrzení platí, zaměníme-li v (1)

nerovnítko znaménkem rovnosti, tj. každá funkce $f \in C^{(1)}(G)$ je automaticky harmonická na G, jestliže je harmonická na $G \setminus Z(f)$; otevřeným problémem je, zda totéž platí pro subharmonicitu.

Josef Král
Matematický ústav ČSAV, Žitná 25, 11567 Praha 1