

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Ladislav Janko

Jak nahradit některé číselné tabulky kreslenými pomůckami

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 69 (1940), No. Suppl., D9--D14

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/120988>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1940

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

VYUČOVÁNÍ.

Jak nahraditi některé číselné tabulky kreslenými pomůckami.

Ladislav Janko, Praha.

Při některých pracích v laboratoři potřeboval jsem velmi často používat tabulky, která udává hustotu vzduchu v závislosti na jeho teplotě a barometrickém tlaku. (Na př. tab. 16 v devátém vydání Valouchových Tabulek logaritmických z r. 1935.) Taková číselná tabulka vzájemné závislosti tří veličin je velkým ulehčením práce; její použití je rozhodně pohodlnější a rychlejší než vždycky počítati hodnotu hledané veličiny příslušnou k dvěma daným z jejich známého matematického vztahu, v daném případě hustotu vzduchu ze známého vzorce

$$s = \frac{0,0012932}{1 + 0,00367 t} \cdot \frac{b}{760}. \quad (1)$$

Ovšem rozumí se samo sebou, že nemohou býti v takové tabulce obsaženy všechny hodnoty proměnných, nýbrž jen hodnoty postupující po určitých intervalech, a že tedy je nutno pro ty hodnoty, které v tabulce uvedeny nejsou, prováděti početní interpolaci. U tabulek používaných v praxi stačí velmi často jednoduchá interpolace lineární; ale i ta velmi zdržuje a může se snadno státi zdrojem chyb. Bylo tedy nasnadě hledati způsoby, jimiž by se interpolace usnadnila.

Je možno zhotoviti si prostorový model rovnice (1) v pravouhlé soustavě souřadnic, t. j. na její tři osy nanášeti hodnoty tří veličin, o něž jde; pak geometrické místo bodů daných trojicemi hodnot náležejících k sobě (vyhovujících rovnici) jest určitá plocha. Takové znázornění číselné tabulky lze provésti modelem nebo prostorovým diagramem či deskriptivním zobrazením (takový diagram se jeví pak jako trojnásobná soustava rovinných čar). V praxi se takového znázornění používá poměrně vzácně. Koto-vaný průmět takové plochy je totožný se zobrazením, jež bude popsáno v příštím odstavci.

Jedním z výhodných grafických znázornění je nomogram.

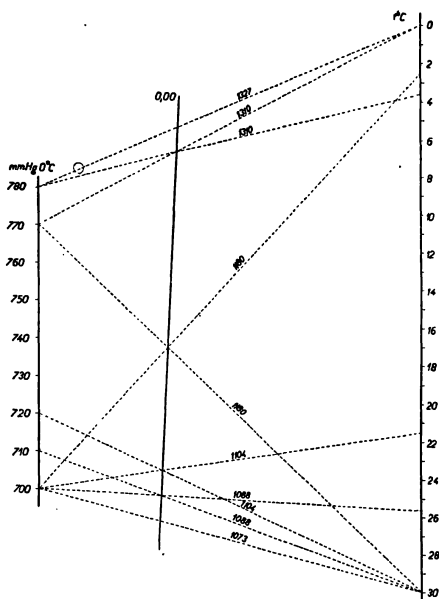
Přímo z číselné tabulky lze sestrojiti grafickou tabulku pro uvažovaný vztah (1) narýsováním soustavy čar v pravoúhlých souřadnicích b, s pro jednotlivá t nebo v souřadnicích t, s pro jednotlivá b . Jsou to průsečíkové nomogramy. Hledati v jedné z těchto soustav čar hodnoty, které nejsou obsaženy v tabulce, bylo by jistě rychlejší a snad i pohodlnější než je početně interpolovati v tabulce — zvláště, kdyby se do takové soustavy čar nakreslily ještě její ortogonální trajektorie a jejich úseky mezi jednotlivými čarami se rozdělily podle potřeby na vhodný počet dílků; pak by mohla býti interpolace i dosti přesná. Taková síť čar není však přehledná a narýsovati ji přesně je dost obtížné.

Je-li znám početní vztah mezi uvažovanými třemi veličinami, jako tomu je v našem případě, je možno nomogram — ať průsečíkový nebo spojnicový — snadno nakresliti. Způsob sestrojení se vykládá v učebnicích nomografiě. Může se však státi, že početní vztah (vzorec, matematické vyjádření funkční závislosti) mezi nějakými třemi veličinami sice neznáme, ale zato známe další dostatečné množství trojic číselných hodnot náležejících k sobě, jak nám je dal pokus nebo měření. Potřebujeme-li znáti i jiné trojice hodnot náležejících k sobě, nebo chceme-li nad to určití funkční závislost oněch tří veličin, sestrojíme nomogram a z jeho tvaru usuzujeme na tuto závislost. Snadno lze nahlédnouti, že to jest obdoba případu, kdy máme pokusně tabelárně zjištěnu závislost dvou veličin a hledáme její analytické vyjádření. Tu si běžně vypomáháme grafickým znázorněním. Z naměřených dvojic hodnot konstruujeme na př. v pravoúhlé soustavě souřadnic body a ty spojujeme, po případě jimi prokládáme podle známých pravidel křivku. Tak provádíme vlastně grafickou interpolaci. Při celé této práci jest ovšem nutno míti na mysli, zda to vše je fysikálně opodstatněno a vůbec přípustno. A často podle výsledku grafického znázornění odhadneme analytický tvar funkční závislosti. Podobně je tomu v případě tří veličin, kdy je možno — a na to bych právě rád upozornil — se uchýliti ke konstrukci nomogramu. Mohli bychom na našem příkladě ukázati, jak můžeme konstruovati z tabulky nomogram a jak ho můžeme případně použiti k hledání funkční závislosti (viz R. Soreau, Traité des abaques).

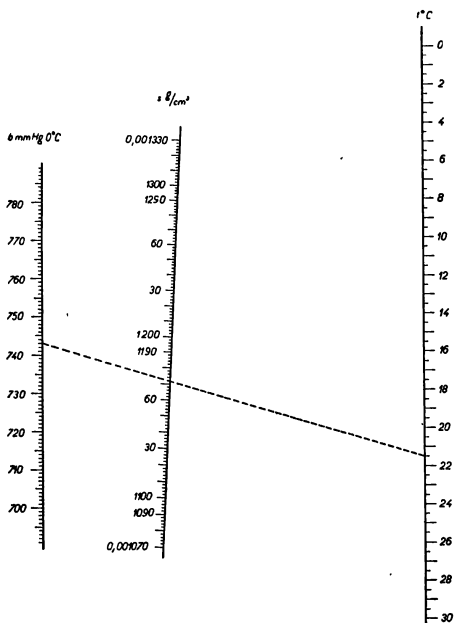
Účelem těchto řádků bude však v podstatě ukázati konstruování nomogramu spojnicového pro tři veličiny — třeba i bez zvláštní znalosti nomografických metod — víme-li, že ve spojnicovém nomogramu leží hodnoty, které splňují zobrazovaný vztah, na přímce (spojnici), a máme-li jen číselnou tabulku takových hodnot.

Na dvě rovnoběžky naneseeme rovnoměrně stupnici barometrického tlaku, respektive stupnici teploty vzduchu. Z tabulky vyhledáme po několika dvojicích (nejméně dvou) b, t takových,

jimž odpovídá vždy právě táž hustota s . Spojnice příslušných dvojic bodů na obou stupnicích protnou se vždy v průsečíku, k němuž náleží vždy jedna z vyhledaných hustot. Spojnice získaných průsečíků je velmi přibližně přímka. Tato konstrukce je naznačena jen několika málo průsečíky (ve skutečnosti jich bylo podstatně více) na obr. 1. Nyní jde ještě o stupnici hustot na této získané třetí ose spojnicového nomogramu. Užijme pomocného grafu v pravouhlých souřadnicích. Na jednu osu nanesme vzdálenosti průsečíků od zvoleného bodu na získané třetí ose nomogramu, na druhou hodnoty s přiřazené k těmto průsečíkům. Stupnice s není zcela rovnoměrná (obr. 2). Z grafu se jednoduchým způsobem odvodí této stupnice pro třetí osu. Na hotovém nomogramu (obr. 3) je proveden jeden příklad čtení: barometrickému tlaku vzduchu $b = 743$ mm sloupce rtuťového 0°C teplotného a teplotě vzduchu $t = 21,5^\circ\text{C}$ odpovídá hustota vzduchu $s = 0,001172$ g/cm³. Z tabulky vyplývá: 740 mm Hg a 21°C dává $s = 0,001169$, oprava pro $+ 3$ mm Hg je $+ 4$ jednotky posledního místa, oprava pro $+ 0,5^\circ\text{C}$ je $- 2$. Celková oprava $+ 2$ jednotky posledního místa, tedy s podle tabulky je $0,001171$ g/cm³. Počítáme-li podle vzorce za pomoci pětimístných logaritmických tabulek, vychází $s =$



$= 0,0011718 \text{ g/cm}^3$. Je tedy vidět, že tento nomogram je aspoň stejně přesný jako tabulka, že však čtení z něho je mnohem rychlejší. Aby nebylo třeba při čtení z nomogramu kreslit do něho spojnice, používá se na tomto typu obyčejně přímé hrany pravítka, po případě průhledného, kterou se spojí body označené danými hodnotami obou veličin a na průsečíku hrany s třetí osou se čte příslušná hodnota veličiny hledané. Lze ovšem použití i jiných pomůcek, jako je na př. jehla s nití, olověné závaží s ručičkou



Obr. 3.

a s nití nebo s pravítkem a pod. Velmi dobře se osvědčuje proužek celuloidu, celonu, skla nebo jiné průhledné hmoty dosti pevné, dlouhý aspoň jako nejdelší možná spojnice v nomogramu a široký asi 2 cm, na jehož spodní ploše je ostrým hrotem vyryta přímočará ryska. Dovoluje přesnější přiložení bez paralaxy i přesnější čtení než hrana pravítka, nic nezakrývá, ani nestíní.

Nomogram takto pořízený lze zužitkovat ještě dále. Na rozdíl od tabulky je snadné provést na něm extrapolaci, pokud je to ovšem přípustno; ale zejména lze připojit vedle jeho stupnice s stupnici libovolné $f(s)$ v tvaru dvojkály $s, f(s)$, nebo stupnici s po

provedené konstrukci, nepotřebujeme-li jí dále, vůbec vynechat, a nanést $f_1(s)$ a $f_2(s)$.
Ne vždy dospějeme při konstrukci spojnicového nomogramu zde naznačené k obvyklému typu o třech stupnicích. V obecném případě dostaneme spojnicový nomogram obecný, totiž spojnicový nomogram s obáčkami (t. j. s dvěma přímými stupnicemi základními, od nichž se při konstrukci vychází, a s jednou soustavou obálek). V takovém obecném spojnicovém nomogramu je třetí stupnice, řada bodová, nahrazena — zobecněna — soustavou křivek, a tedy každý bod z_n hledané třetí stupnice nahrazen křivkou, obálkou, o téže kótě z_n . Každé obálky se dotýkají spojnice všech takových dvojic hodnot (bodů) x a y , k nimž náleží vždy táž hod-

nota z_n . Tyto obecné spojnicové nomogramy popsal první Schwerdt, Zeitschrift f. angew. Math. u. Mech., sv. 4, 1924, str. 314. Umožňují zobraziti libovolný vztah mezi třemi veličinami jako spojnicový nomogram s dvěma rovnoběžnými osami.

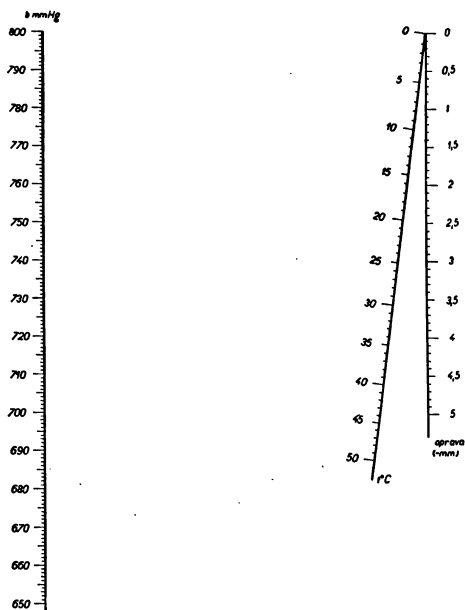
Jestliže obálky degenerují v body, pak dostaneme zřejmě spojnicový nomogram obvyklého typu, jehož jeden druh (s přímočarou třetí stupnicí) je popsán v příkladě tohoto článku, a jaký je tedy jen zvláštním případem spojnicového nomogramu obecného (s obáčkami).

K znázornění věci necht' si laskavý čtenář narýsuje podle podaného příkladu konstrukci spojnicového nomogramu pro funkci $z = x \cdot y$. Jestliže zvolí stupnice x a y lineární, dostane nomogram obálkový (křivky jsou elipsy). Kdyby zvolil stupnice logaritmické, dostal by spojnicový nomogram obvyklého typu zde popsáného s třemi stupnicemi. Není bez zajímavosti zkonstruovati si pro tuto funkci dále průsečíkové nomogramy (duální k těmto spojnicovým) v pravoúhlých souřadnicích: jednou se stupnicemi lineárními (vyjdou hyperboly), jednou se stupnicemi logaritmickými (vyjdou přímky).

Rovněž lze s výhodou nahraditi nomogramem tabulku oprav (redukci) stavu rtuťového tlakoměru na teplotu rtuti 0°C , uvedenou v devátém vydání Valouchových Tabulek pod č. 18 (obr. 4¹⁾. Tento spojnicový nomogram je kreslen podle nomogramu počítaného v knížce Pirani-Runge, Graphische Darstellung in Wissenschaft und Technik, 1931, str. 112. Jeho použití nepotřebuje dalšího výkladu. Jen bych ještě navrhol doplniti jej druhou opravou pro skleněné měřítko, třeba ve tvaru dvojité stupnice. Nomogram lze snadno rozšířiti pro teploty nižší než 0°C .

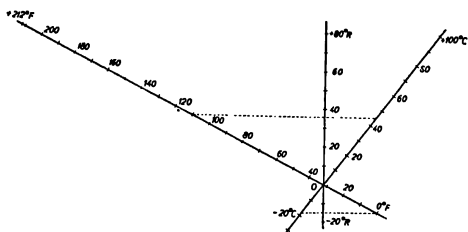
Jiná kreslená pomůcka by byla na příklad dvojité stupnice pro přepočítávání tlaku vzduchu vyjádřeného v milimetrech

¹⁾ Než byl článek otištěn, byl takový nomogram uveřejněn v 10. vyd. Tabulek. (Pozn. red.)



Obr. 4.

sloupce rtuťového na vyjádření v milibarech a opačně. Podobně se dají znázorniti převodní tabulky měr délkových a j. v. Zvláště bych se ještě zmínil, že lze dvojitou stupnicí výhodně znázorniti převod teplotních stupňů Celsiových na Fahrenheitovy. Pro přepočítávání mezi stupnicemi Réaumurovou, Celsiovou a Fahrenheitovou navrhují řešení naznačené v



Obr. 5.

obr. 5. Výhodu vidím v tom, že délky stupnic jsou stejně dlouhé. Pomůcka pro převádění teplotních stupnic by měla býti v Tabulkách obsažena, poněvadž se v literatuře zejména anglické dosud velmi zhusta udává teplota ve stupních F; a přepočítávání není zvláště pří-

jemné. Dále navrhuji znázorniti jednoduchým grafem změnu tlaku vzduchu s výškou nad mořem, vyjádřenou v tabulce č. 19 v 9. vydání Tabulek.

Tak by se mohly dobře nahraditi mnohé číselné tabulky ve Valouchových Tabulkách, což by bylo knize jistě na prospěch. Neboť Tabulky mají vlastně dvojí úkol: sloužiti tak, jak jsou, a mimo to podávati návod a vzorné příklady, jak si má každý sám zhotovovati tabulky a grafické pomůcky pro svou práci. Středoškolští profesoři a studující budou zavedením nomogramů do Tabulek jistě povzbuzeni, aby častěji používali při svých pracích grafických pomůcek.

(Došlo dne 5. listopadu 1936.)

Obrázky kreslil L. Janko. - Archiv Jednoty čes. matematiků a fysiků.

O součinnosti žáků při vyučování matematice.

Vítězslav Jozífek, Praha.

Dvě z mnoha podmínek úspěšné práce ve škole jsou udržeti pozornost všech žáků a docílit spolupráce celé třídy. Vyhovět jim jest ideálem učitele a k jeho dosažení každý zkouší různé metody. Snad žádná není zcela nová; také se od nich nevyžaduje nic zvláštního, neboť jsou jenom prostředkem k jednomu cíli: dáti žactvu podle možnosti nejvíce, kolik se mu může dát, ale zase jenom tolik, kolik může žák podle svých schopností unést.

A v tom bývá také nesnáze vyučování. Dnešní třídy jsou většinou přeplněny žactvem, které nebývá ideálním materiálem pro