

Josef Zahradníček

Zákon zachování energie na střední škole

Časopis pro pěstování matematiky a fyziky, Vol. 69 (1940), No. Suppl., D198--D205

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/121002>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1940

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Zákon zachování energie na střední škole.

Josef Zahradníček, Brno.

Tento stěžejní zákon fyzikální bývá na střední škole uváděn hlavně v mechanice při vrhu, kde (nepřihlížíme-li ke ztrátám energie v důsledku tření a odporu prostředí) je jeho forma schematicky tato

$$E_{\text{gravitační}} + E_{\text{kinetická}} = A^2;$$

konstanta A^2 je zásoba energie do soustavy vložena. ať už následkem počáteční rychlosti (vrh). t. j. $\frac{1}{2}mc^2$, nebo následkem výhodné polohy v gravitačním poli zemském (pád), mgH , kde H je výška hmoty nad povrchem zemským.¹⁾ Zákon zachování energie, vyjadřující stálost celkové energie dané soustavy (energeticky izolované, která totiž ani zvenku energii nepřijímá, ani na venek energii nevydává), platí v každém čase, tedy na počátku pohybu v čase $t = 0$, jako ve význačné době $t = t_1$, kdy hmota dosáhla vrcholu nebo opět povrchu zemského atd. Tím vznikají z vrchní rovnice vztahy mezi počáteční rychlostí a výškou vrhu nebo délkou dostřelu, nebo u kyvadla mezi rychlostí v rovnovážné poloze a amplitudou atp.

Úkazy klidu jsou vystiženy vztahem

$$E_{\text{gravit.}} = \text{const.} \quad E_{\text{kinet.}} = 0;$$

místo energie gravitační může se jednat o kteroukoli formu energie vyjma kinetickou.

Je-li při pohybu hmoty energie gravitační stálá, na př. při pohybu koule na vodorovné rovině (ideálně hladké a ve vakuu), nebo při středovém pohybu zavěšené koule, pak jest

$$E_{\text{kinet.}} = A^2,$$

t. j. rychlost je stálá. Ve skutečnosti ovšem ubývá vždy energie kinetické, rychlost se zmenšuje až na nulu následkem ztrát třením a odporem prostředí. Pro pohyb hmoty platí tedy obecně

$$E_j + E_{\text{kin.}} + E_{\text{ztrát}} = A^2,$$

kde E_j jest energie buď gravitační, nebo elastická nebo jiná. Pohyb trvá tak dlouho, až se vyčerpá zásoba energie A^2 , na př. energie gravitační při pádu hmot nebo při pohybu kyvadla nebo při pohybu vody mezi dvěma nádržemi atd.

Někdy nastává přeměna energie E_j v kinetickou v krátké době, třeba ve zlomku vteřiny, na př. chemické energie třaskaviny při

¹⁾ Název energie gravitační zdá se mi vhodnější než často užívaný název energie potenciální nebo polohy.

výbuchu, gravitační energie vody při protržení hráze přehrady, výboj elektřiny v blesku, uvolnění energie při přírodních katastrofách atp.

Zvláštním případem přeměny energie E_j v kinetickou E_k jsou přeměny periodické, kdy energie E_j mění se v E_k a energie E_k se mění zase zpět v E_j atd. — kyvy, kmity mechanické nebo elektromagnetické.

Periodický pohyb je buď tlumený nebo netlumený podle toho, je-li energiová zásoba vyčerpávána ztrátami energie, anebo jsou-li energiové ztráty kryty energií zvenku dodávanou. V tomto případě je v každé periodě pohybu

$$E_{\text{ztrát}} = E_{\text{zvnějšíka}}$$

a věc se má tak, jakoby šlo jen o vzájemnou přeměnu energie E_j a E_k , t. j.

$$E_j + E_k = A^2.$$

Tyto rovnice platí jak pro netlumené kmity mechanické (v užším oboru akustické), tak pro netlumené kmity elektromagnetické. V určitých okamžicích časových po čtvrtperiodách má jedna z obou energií maximum, druhá nulové minimum a obráceně (pohyb kyvadlový, kmitavý). Zařízení, kterým se energie zvenku pro soustavu uvolňuje, a to v hodnotách postačujících na úhradu ztrát, je na př. stoupací kolečko s kotvou u kyvadla nebo u nepokoje hodin nebo jazýček u píšťal, elektrický oblouk nebo elektronová lampa u oscilačního okruhu elektromagnetického.

Energie E_j může se měnit ve formu E_i jen prostřednictvím energie kinetické, na př. energie gravitační v elastickou, chemická v elektrickou a j. Při tom musíme čítat jako kinetickou formu energie též energii tepelnou (pohyb molekul), energii elektromagnetickou (pohyb elektronů), záření radioaktivní (pohyb alfa a beta částic), záření elektromagnetické (pohyb fotonů). Nehledíme-li opět ke ztrátám energie, platí při těchto přeměnách

$$\Delta E_i + \Delta E_j = 0,$$

t. j. změna energie formy jedné rovná se (až na znaménko) změně energie formy druhé (zisk a ztráta). Tato rovnice je jiný tvar zákona o zachování energie.

Na tomto místě je vhodné poznamenati, že k úkazu vystiženému přeměnou energie E_i v energii formy E_j dá se najít úkaz, při němž se mění energie formy E_j v energii E_i . Tak na př. energie elektromagnetická (viz dále!) mění se v zářivou (vznik záření X) a obráceně energie zářivá mění se v elektromagnetickou (zjev fotoelektrický).

Všechny fyzikální úkazy možno rozdělit podle toho, o které energiové přeměny se při nich jedná. Při pohybech v mechanice,

jak už bylo naznačeno, jde o přeměny energie gravitační nebo elastické v energii pohybovou a s ní související energii ztrát. Energie pohybová je definována polovičním součinem hmoty — setrvačnosti a čtverce rychlosti u resp. polovičním součinem momentu setrvačnosti Θ a čtverce úhlové rychlosti φ' . Energie elastická, související se změnou tvaru hmoty, jest určena²⁾ polovičním součinem pružnosti³⁾ G , resp. D a čtverce deformace délkové y nebo úhlové φ . Energie gravitační, jak už svrchu bylo naznačeno, je dána součinem mgh nebo obecně součinem $\alpha Mm/r$, kde α je gravitační konstanta, r vzdálenost mezi hmotami M a m vzájemně se přitahujícími. U pohybů periodických se dá z rovnice energie vyvoditi závislost frekvence, resp. periody na setrvačnosti, resp. momentu setrvačnosti a na momentu otáčivém, resp. na pružnosti (viz dále).

Pohybuje-li se hmota jako celek rychlostí u nebo úhlovou rychlostí φ' , jsou ztráty energie v čase dt úměrné jednak čtverci rychlosti jednak času, t. j. $Pu^2 dt$, resp. $P\varphi'^2 dt$, kde P je koeficient související s útlumem. Pohybují-li se elektrony v proudu elektrickém, jsou energetické ztráty ve vodiči dány obdobným vztahem $ri^2 dt$ (zákon Jouleův). Obecně jest energie elektromagnetická, v čase dt ve vodiči spotřebovaná, dána součinem $ei dt$, kde e je napětí na vodiči a i intenzita proudu vodičem procházejícího.

V mechanice kapalin jde o úkazy související s energií gravitační a s energií objemovou čili tlakovou pv a z nich vznikající energii kinetickou.

V 1 cm^3 objemu tekutiny (kapaliny nebo plynu) jest energie objemová — tlak — p ; u kapalin závisí tlak hydrostatický na specifické hmotě tekutiny s a na hloubce onoho místa pod hladinou h

$$p = sgh,$$

kde g je gravitační zrychlení zemské. V uzavřeném objemu plynu v je tlak p v celém prostoru stejný; celková energie objemová jest pv . Budiž poznamenáno, že Ostwaldova definice tlaku p jako energie plynu v 1 cm^3 velmi usnadňuje pochopení různých fyzikálních vztahů na př. stavové rovnice plynů a j.

²⁾ Při deformacích malých, t. j. v oboru, v němž platí zákon Hookeův.

³⁾ Pružnost definujeme jako sílu resp. moment, působící jedničkovou deformaci; ze zákonů pro protažení a zkroucení

$$y = \frac{1}{E} \cdot \frac{Pl}{q}, \quad \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{1}{F} \frac{Ml}{(\pi r^2)^2}$$

plyne tedy pro hodnoty pružnosti v tahu resp. kroucení (v torsi)

$$\frac{P}{y} = G = E \frac{q}{l}, \quad \frac{M}{\varphi} = D = \frac{\pi}{2} F \frac{r^4}{l},$$

kde E , F jsou moduly pružnosti v tahu a torsi.

Podobně s 1 cm^2 povrchu kapaliny souvisí energie povrchová T (povrchové nebo též kapilární napětí). S povrchovou energií Tf , kde f je velikost volného kapalinového povrchu, souvisí kapilární úkazy u kapalin.

Tok vody otvorem z nádoby závisí na energii tlakové v místě otvoru. Zákon Torricelli-Bernoulliův vystihuje přeměnu energie objemové v kinetickou

$$pv = \frac{1}{2}mu^2, \quad m = vs.$$

Zcela obdobné poměry jsou u plynů; energie povrchová u nich však není, neboť plyny jsou rozpínavé a netvoří v otevřené nádobě určitého povrchu jako kapaliny.

V akustice se jedná vlastně o úkazy souvisící s přeměnou energie elastické v kinetickou a obráceně. ať už jde o zdroje zvuku nebo o přijímače zvuku, případně o vodiče zvuku. Vodičem zvuku je zpravidla vzduch, v jeho vlnách se střídá energie kinetická s tlakovou. Energiové ztráty při těchto přeměnách musí být kryty z vnějška, mají-li kmity být netlumené, t. j. v každé periodě pohybové musí být zdroji zvuku dodána energie útlumem ztracená. Zvukonosné prostředí a přijímač mají pak kmity netlumené, protože energetické ztráty jsou vysilačem zvuku hrazeny. Schematicky jsou tedy akustické děje u zdroje a přijímače vystiženy těmito rovnicemi energie

$$E_{\text{kin.}} + E_{\text{elast.}} + E_{\text{ztrát}} = A^2 + E_{\text{zvnějška}};$$

pro prostředí (vzduch) platí rovnice obdobná, jen místo energie elastické se vyskytuje objemová (jak objemovou tak kinetickou vztahujeme zde na 1 cm^3) a je tedy v případě netlumených vln prostředím se šířících

$$\frac{1}{2}su^2 + p = B^2.$$

V termice jde o přeměny energie tepelné, a to na př. dvou hmot různých teplot na tepelnou energii obou hmot o stejné teplotě (metoda směšovací, zákon Richmannův), anebo jde o přeměnu tepla na jinou formu energie, na př. mechanickou, chemickou a j., souvisící na př. s uspořádáním molekul. Podle toho, zda se teplota hmoty mění z T_0 na T_1 anebo zůstává-li stálou a mění se seskupení molekul, je příslušné množství tepelné energie určeno součinem $MC(T_1 - T_0)$, resp. součinem⁴⁾ MS , kde C resp. S je teplo specifické nebo skupenské.

Pro všechny formy energie vystačíme s jednotkou energie mechanické — joule. Ve všech oborech fyziky byly totiž voleny

⁴⁾ Podobnou formou je též určena energie chemická, rovněž závislá na uspořádání molekul a atomů, případně elektronů, a na vzájemném jejich působení.

jednotky veličin tak, aby jednotky příslušných energií měly stejné hodnoty, t. j.

joule = voltampérsekunda = wattsekunda = voltcoulomb.

Jen jednotka tepelné energie — kalorie — má ekvivalent od jedničky rozdílný, je totiž

1 kalorie = 4,19 joule. 1 joule = 0,239 kalorie.

Vyznačíme-li tedy první hlavní větu thermodynamiky, že se teplo dodané soustavě, na př. teplo uhlí pod parním kotlem, vynaloží jednak na oteplení soustavy, jednak na vykonání mechanické práce, pak je třeba v příslušné rovnici přihlížeti k veličinám různými jednotkami vyjádřeným, t. j. v kaloriích a joulech (mechanický ekvivalent tepla).

Při přeměnách tepla v jiné formy energie a obráceně nutno míti ještě na zřeteli fakta zkušeností získaná, že totiž energie tepelná může vznikati ze všech forem energie, a to třebaš úplnou jich přeměnou v teplo, kdežto energie tepelná se mění v jiné formy energie jen za určitých podmínek, pokud je totiž teplota zdroje vyšší než teplota okolí, a s tím omezením, že jen část tepla se mění v energii jinou a část zůstane teplem nepřeměněným a nepřeměnitelným (hlavní věty thermodynamiky).

V elektríně zavádíme energii magnetickou, souvisící s magnetickým polem proudu — poloviční součin samoindukce S a čtverce intensity proudové i (obdoba energie kinetické), energii elektrostatickou, souvisící s kapacitou vodiče C a s nábojem M

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{M^2}{C}$$

(obdoba energie elastické) a energii ztrát — Jouleovo teplo —

$$\int Ri^2 dt,$$

o němž byla zmínka už dříve. Pohyb kyvadla nebo pružného péra a výboj elektromagnetického okruhu s kapacitou a samoindukcí jsou formálně vystiženy po stránce energetické podobnými rovnicemi, jak v dalším bude uvedeno.

Energie světelná — obecně zářivá — jest úměrná kmitočtu ν ; konstanta úměrnosti je konstanta Planckova h . Einsteinovým vztahem

$$h\nu = mc^2$$

je dána hodnota elementárního kvanta energie, které roste s kmitočtem ν ; m je hodnota fotonu. Energie zářivá sestává z elementárních kvant podobně jako hmota sestává z molekul a atomů.

Přenos energie na dálku se děje buď zároveň s hmotou, která jako celek má energii pohybovou, na př. projektil, proudící voda, pára nebo vzduch, anebo se přenáší energie v nejmenších částech hmoty; na př. v elektrickém proudu jest energie přenášena pohybem elektronů, případně též iontů, nebo v záření radioaktivních látek v roji alfa a beta částic, v záření viditelném a neviditelném (infračerveném, ultrafialovém, X, gama a kosmickém) ve fotonech, resp. ve vlnách elektromagnetických různých délek vln, nebo ve vlnách mechanických, jako je tomu na př. ve zvuku nebo při vlnění infra- a ultrasonickém.

Máme-li užití zákona zachování energie v jednotlivých případech fyzikálních přeměn, musíme znáti, které z energií se vzájemně mění. Podstata výkladu fyzikálních dějů leží právě v onom vyjádření energiových změn. S počátku si zjednodušujeme všechny případy tak, jakoby šlo jen o dvě nebo o tři vzájemně se měnící formy energie. Energiové pojetí fyzikálních dějů po stránce didaktické je žákům přístupnější než pojetí silové. Tak na př. pohyb gravitačního kyvadla, které je vychýleno z rovnovážné polohy a pak samo sobě ponecháno, je vystiženo energiovou rovnicí⁵⁾

$$\frac{1}{2} \mathcal{O} \varphi'^2 + Mgp(1 - \cos \varphi) + \int P \varphi'^2 dt = A^2, \quad 1 - \cos \varphi \doteq \frac{1}{2} \varphi^2,$$

nebo pohyb torsního kyvadla obdobnou rovnicí

$$\frac{1}{2} \mathcal{O} \varphi'^2 + \frac{1}{2} D \varphi^2 + \int P \varphi'^2 dt = B^2,$$

nebo pohyb akustického oscilátoru o setrvačnosti⁶⁾ K a pružnosti G (případně pohyb hmoty zavěšené na pružném vlákně)

$$\frac{1}{2} K y'^2 + \frac{1}{2} G y^2 + \int P y'^2 dt = C^2;$$

ve všech těchto případech, je-li útlum (P) zanedbatelně malý, je

⁵⁾ Ve všech následujících rovnicích možno místo třetího členu, vyznačujícího energii ztrát, psáti schematicky: $E_{ztrát}$.

⁶⁾ Setrvačnost volné hmoty jest identická s hmotou, t. j. $K = m$; v případě hmoty jakkoli vázané na př. pružného péra upevněného ve svěráku je setrvačnost zlomkem hmoty, t. j. $K = \alpha m$, kde α je na př. $\frac{1}{3}$ pro tyč podélně kmitající a jakkoli upevněnou a pro strunu kmitající příčně. Pro tyč příčně kmitající jest $\alpha = \frac{1}{4}$, resp. 0,3 podle toho, je-li upevněna na jednom nebo na obou koncích.

Je-li rychlost volné hmoty u blízká rychlosti $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec, roste setrvačnost-hmota m z klidové hodnoty m_0 na hodnotu

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}}$$

a kinetická energie hmoty je podle Einsteina $mc^2 - m_0c^2$. Energie 1 gramu klidné hmoty je $m_0c^2 = 9 \cdot 10^{20}$ erg = $9 \cdot 10^{13}$ joule.

výchylka, rychlost (i zrychlení) periodickou funkcí času formy

$$y = y_0 \sin \omega t, \quad \varphi = \varphi_0 \sin \omega t, \quad \omega = 2\pi n = 2\pi/T,$$

při čemž frekvence, resp. perioda jsou vázány s konstantami kmitající soustavy vztahy

$$\omega^2 = \frac{Mgp}{\Theta}, \quad \frac{D}{\Theta}, \quad \frac{G}{K}.$$

Pohyb planety m kolem Slunce M je vyjádřen rovnicí

$$\frac{1}{2} m \left(\frac{ds}{dt} \right)^2 + \alpha \frac{Mm}{r} = A^2$$

(v této rovnici jsou obsaženy zákony Keplerovy jako důsledek zákona Newtonova, obsaženého v 2. členu energiové rovnice). Souvislost tlakové energie plynu s energií tepelnou resp. s kinetickou energií molekul plynu je vyznačena vztahem

$$pv = RT = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 + \dots = \frac{1}{3} Nm \bar{u}^2,$$

kde \bar{u} je střední rychlost molekul. Výboj kondensátoru je vystižen energiovou rovnicí

$$\frac{1}{2} Si^2 + \frac{1}{2} \frac{M^2}{C} + \int Ri^2 dt = A^2, \quad i = \frac{dM}{dt} \text{ atd.}$$

Obdobně jako u kmitů mechanických je frekvence netlumených kmitů elektromagnetických

$$\omega^2 = (2\pi n)^2 = \frac{1/C}{S} = \frac{1}{SC}.$$

Podrobněji jsou uvedeny tyto úvahy v autorově „Energetice základních úkazů fyzikálních“, II. vyd., Brno 1939.

Poznámka I. Historický vývoj ve fyzice šel tím směrem, že pojem síly předcházela pojem energie. Newtonova mechanika byla vlastně dynamika (ve speciálních případech statika), pojem energie byl v ní neznám a patří až do století XIX. „Statické a dynamické měření sil“ je rovněž historickým odkazem starší fyziky. Síla je derivace energie podle dráhy a název „statické“ a „dynamické“ měření sil (vhodnější by bylo „kinetické“) souvisí s tím, že k síle docházíme buď z energie pohybové nebo nepohybové, na př. z gravitační, t. j. měříme síly buď ze stavu pohybu nebo klidu, kdy měřená síla je v rovnováze s jinou silou známou, na př. gravitační nebo elastickou. Tak na př. zákon Hookeův

$$mg = Gy$$

vystihuje rovnováhu mezi silou gravitační a elastickou.

Poznámka II. Energie gravitační mgh se mění nejen s hmotou a výškou, ale i se zeměpisnou šířkou. K tomu ještě přistupuje, že hodnota gravitačního zrychlení g se liší od 10^3 cm/sec^2 asi o 2%. S tím souvisí, že jednotka energie odvozená z formy gravitační, t. j. kilogramdecimetr jest jen přibližně rovna 1 joulu a podobně jednotka váhy, t. j. $\text{kgg} \doteq 10^6 \text{ dyn}$. Přihlížíme-li přesně k fyzikálním vztahům pro energii a sílu, nemusíme zavádět kilogram ve dvojitým významu. Nutno si jen uvědomit, že síla odvozená z energie kinetické jest

$$\frac{dE}{ds} = m \frac{du}{dt} = ma,$$

a je-li odvozena z energie gravitační, pak je mg a toto g není výhodno vynechávat nebo nahrazovat hvězdičkou. Z tohoto důvodu píší a vyslovují jednotku energie gravitační

1 kilogramdecimetr \equiv 1 $\text{kggdm} \doteq$ 1 joule.
