Bohumil Bydžovský

Studium geometrie

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 70 (1941), No. Suppl., D182--D185

Studium geometrie.

B. Bydžovský, Praha.[1])

Matematické studium prostorových útvarů má proti jiným oborům matematiky půvab větší názornosti a proto poutá začátečníky zpravidla více než studium oborů, jež vyžadují abstraktní myšlení bez opory prostorového názoru. Je-li tato okolnost pro začátečníka výhodou, tkví v ní zároveň nebezpečí, že názor, který má v přísně logické stavbě matematiky hráti jen úlohu pomocnou, hlavně didaktickou, by se mohl státi principem důkazným. Dějiny matematiky potvrzují existenci tohoto nebezpečí s dostatek. Je proto prvním příkazem začátečníkovi, jenž se obrací ke studiu geometrie, aby si byl vědom, že geometrické důkazy stejně jako jiné matematické důkazy musí býti založeny na logicky přesném usuzování z pojmů a vět již známých a nesmějí přibírati z názoru více, než v těchto již známých pojmech a větách je obsaženo.

Úvahy geometrické mohou se díti, i při stejném obsahu, dvěma rozdílnými metodami: metodou t. zv. syntetickou (ryzí geometrie), která neužívá (ani přímo, ani nepřímo) při svých úsudcích pomůcek početních, a metodou analytickou, která těchto pomůcek důsledně užívá. Každá z těchto metod má své výhody, jsou problémy, kde se lépe hodí jedna než druhá, a každý, kdo chce jen poněkud vniknouti do matematického vědění, má se seznámiti s oběma. Celkem nutno však říci, že metoda analytická má větší dosah než syntetická; to se projevuje zvláště při složitějších problémech. Jestliže početní pomůcky, jichž geometrie užívá, jsou vzaty (převážně) z oborů algebraických, mluvíme o geometrii analytické; geometrie, která užívá prostředků vyšší analyse (počtu diferenciálního, integrálního, diferenciálních rovnic), nazývá se diferenciální (také infinitesimální). Tyto názvy se udržují tradicí; bylo by důslednější — a také se to již tu i tam činí — nazývati to, co se běžně nazývá geometrií analytickou, geometrií algebraickou (avšak tento název někteří autoři zase vyhrazují zvláštním úvahám, jež se týkají algebraických útvarů). V tomto informačním článku setrváme při tradičním názvu „analytické geometrie", jak byl uveden výše.

Studium analytické geometrie se značně usnadní znalostí některých základních výsledků geometrie syntetické; začátečník nechť neopomene si je opatřiti a připomínati si je pak při analytickém studiu příslušných partií. V české literatuře máme dostatek učebnic syntetické geometrie (viz seznam literatury na konci článku). Pro toho, kdo potřebuje syntetickou geometrii jen jako průpravu ke studiu geometrie analytické, hodí se nejlépe kniha Weyrova, dole citovaná, a to tyto její části: §§ 1—18, 22, 23, 24, 25, 32—41, 43—54. Kdo se ovšem hodlá zabývati podrobnějším studiem ryzí geometrie, musí sáhnouti k dalším pomůckám.

---

[1]) Svému kolegovi, panu prof. Dr. V. Hlavatému, děkuji za některé podněty, jichž jsem užil při spisování tohoto článku.

Elementární části analytické geometrie — a o těch zde chci promluvit — předpokládají znalost základních poznatků t. zv. lineární algebry.[2]) Je proto nejlépe seznámiti se s nimi před studiem analytické geometrie. Látka, o kterou zde běží, je obsažena v prvních šesti paragrafech mé knihy „Základy teorie determinantů a matic a jich užití“ (při studiu lze vynechat odst. 13 a 29, které pro geometrické aplikace nepřicházejí v úvahu, a odst. 40, který náleží již do teorie algebraických rovnic a má význam pro teorii vyšších algebraických křivek, o kterých se v elementární analytické geometrii nejedná). Čtenář najde tuto látku ovšem i v jiných učebnicích jednajících o determinantech; hlavní z nich jsou uvedeny v odst. 109 mé knihy; viz také pozn. [2]).

Můj „Úvod do analytické geometrie“[3]) obsahuje asi tak vše, čeho je třeba k prvnímu uvedení do analytické geometrie. Předpokládá se ovšem znalost elementární geometrie; kdo zná analytickou geometrii již ze střední školy, tomu zvláště úvodní odstavce nebudou činit obtíže. Nemají ovšem všechny výklady obsažené v učebnici stejnou důležitost. Zhruba lze rozlišovati odstavce, které znamenají krok kupředu ve vykládané teorii, a odstavce, ve kterých je obsažena aplikace nalezených vět. Je zřejmé, že tyto druhé jsou zpravidla méně důležité pro celkovou stavbu látky. Není třeba studovati je tak důkladně jako části ostatní, zvláště není třeba vštěpovati si je v pamět v té míře, jak to vyžadují věci zásadní. Toho druhu jsou v I. dílu mé knihy odstavce: 2, 78—81, 87, 88, 94, 99—108, 113—118, 136—141, v II. dílu odstavce: 12, 23, 96—100. Je dobře věděti o jejich obsahu, kdyby se s ním čtenář někdy setkal v literatuře. Jako všude v matematice, tak zvláště v analytické geometrii je třeba si zapamatovati základní vzorce, neboť nelze při řešení úloh vždy znovu tyto vzorce odvozovat. Čtenář brzy pozná, které vzorce jsou zvláště důležité; pozná to m. j. řešením úloh (o tom dále). Vzorci příliš složitými, nepřehlednými a pod. není třeba si zatěžovati pamět. Namátkou uvádím vzorce pro transformaci v odst. 16—18. Jde o to, prostudovati myšlenkový pochod těchto odstavců a zapamatovati si celkový ráz výsledných vzorců (na př., že jsou prvního stupně v proměnných, že proměnné se vyskytují jen v čitateli a pod.), ale není třeba podržeti je přesně v paměti.

Při studiu analytické geometrie toho stupně, pro jaký je psána moje kniha, je třeba si zvláště uvědomiti, že jsou tu učiněny dva důležité kroky pro větší obecnost geometrických výsledků: zavedení nevlastních bodů a vůbec útvarů nevlastních (nazývaných jinak, ale méně vhodně útvary v nekonečnu) a zavedení imaginárních bodů, přímek, rovin a také jiných útvarů imaginárních. Tato druhá věc plyne zcela přirozeně

---

[2]) V. Vladimír Kořínek: „Návod ke studiu algebry pro začátečníky“, tento ročník „Časopisu pro pěstování matematiky a fysiky“, str. D 25—39. Tam je také uvedena příslušná učebnicová literatura.

[3]) B. Bydžovský: „Úvod do analytické geometrie“, 1922, Praha, J. Č. M. F.

z užití algebry na geometrii, ježto se dostaví potřeba dáti geometrický výraz imaginárním kořenům kvadratických rovnic. Zavedení nevlastních útvarů tkví svými kořeny více ve vlastní geometrii, ve snaze, aby některé nejjednodušší věty geometrické (tak věta o společném bodu dvou přímek v rovině) měly všeobecnou platnost. Avšak také toto zavedení má svou důležitou algebraickou stránku, totiž současné zavedení homogenních souřadnic. Geometrie lineárních a kvadratických útvarů se pak stává geometrickým studiem lineárních a kvadratických forem, jimiž se zabývá algebra. Když si toto uvědomíme, nepřekvapí nás hluboké obdoby, které se projevují na př. mezi geometrií přímky v rovině a roviny v prostoru, mezi geometrií kuželosečky v rovině a geometrií kvadratické plochy v prostoru. Na druhé straně je ovšem míti bedlivý pozor na rozdíly, které vznikají z rozdílu v počtu proměnných mezi rovinou a prostorem. Začátečníka je třeba na př. někdy důrazně upozorniti na to, že přímka v rovině je dána jedinou rovnicí, v prostoru však dvěma, a že nauce o přímce v rovině je v prostoru obdobná nauka o rovině, nikoli o přímce.

Velmi důležitou částí učebného postupu jsou úlohy. Čtenář nechť proto neopomene počítati pokud možno všechny úlohy týkající se prostudované partie. Nejen že tím nabude početního cviku a samostatnosti v geometrickém usuzování — snad nejdůležitější funkcí úlohy je to, že jejím řešením si čtenář ověří, zdali dobře pochopil a pronikl příslušnou teorii. Úlohy jsou v mé knize umístěny vždy teprve na konci paragrafu; tím však není řečeno, že má čtenář čekati s řešením úloh po každé, až prostuduje celý paragraf. Někomu může lépe hověti, když bude počítati úlohy hned ve spojení se studiem vět, jež mají příslušné úlohy objasňovat a doplňovat.

Závěr mé knihy o analytické geometrii obsahuje také seznam učebnicové literatury. Připojuji k němu několik knih novějších, vyšlých po vydání mé knihy:

Ettore Bortolotti, Lezioni di geometria analitica, Vol. I, II, 1923, Bologna, Zanichelli.

A. Agostini, *E. Bortolotti*, Esercizi di geometria analitica. Parte I, 1925, Parte II, 1926, Bologna, Zanichelli.

A. Schoenflies, Einführung in die analytische Geometrie der Ebene und des Raumes, 1925, Berlin, Springer.

L. Bieberbach, Analytische Geometrie, 2. Aufl. 1932, Leipzig, Teubner, Leitfaden 29.

O. Schreier-E. Sperner, Einführung in die analytische Geometrie und Algebra. Bd. I 1931, Bd. II 1935, Leipzig, Teubner.

R. Garnier, Leçons d'algèbre et de géométrie, T. I 1935, T. II 1936, T. III 1937, Paris, Gauthier Villars.

Některých knih, uvedených v mém „Úvodu", vyšla nová vydání:

G. Kowalewski, Einführung in die analytische Geometrie, 3. vyd. 1929, Berlin, Walter de Gruyter.

Heffter-Koehler, Lehrbuch der analytischen Geometrie, Bd. I, 2. Aufl. 1927, Karlsruhe, Braun.

K. Doehlemann, Hrsg. W. Olbrich, Geometrische Transformationen, 2. Aufl. 1930, Berlin, Walter de Gruyter.

Učebnice pro geometrii ryzí:

E. Weyr, Projektivní geometrie základních útvarů prvního řádu. Druhé nezměněné vyd. 1911, Praha, J. Č. M. F.

B. Procházka, Vybrané stati z deskriptivní geometrie, 6 svazků 1913—1918, Praha, Česká matice technická.

Č. Jarolímek, Základové geometrie polohy v rovině i v prostoru, I—III, 1908—1914, Praha, Česká matice technická.

F. Kadeřávek - J. Klíma - J. Kounovský, Deskriptivní geometrie, I 1929, II 1932, Praha, J. Č. M. F.

J. Vojtěch, Geometrie projektivní, 1932, Praha, J. Č. M. F.