

# Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

---

Konrád Rotrekl

O konstrukci tabulek úmrtnosti. [II.]

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 63 (1934), No. 3, R61--R63

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/122146>

## Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1934

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

nici pravítka určíme ono číslo  $x$ , dáme proti němu jednotku šou-pátka a pak pouhým pohybem běhounu čteme jednotlivé částečné součiny, které zapisujeme do zvláštního přehledu, provádíme slučování a zas násobení atd. Číslo  $x$  pro celý výpočet určí se pouze jednou, což jest značná výhoda.

Jestliže v nahoře uvedeném příkladě provedeme výpočet pro některé hodnoty  $x$ , obdržíme tuto tabulku:

$x$	0	1	2	3	4	5	...
$y$	— 5	— 1	45	259	863	2175	...

Tvoříme-li difference hodnot  $y$  tím, že od následující odečteme předcházející, dostaneme řadu 4, 46, 214, 604, 1312, ... čili řadu prvních diferencí. Podobně lze utvořit řadu druhých, třetích a čtvrtých diferencí:

$$\begin{aligned} &42, 168, 390, 708, \dots \\ &126, 222, 318, \dots \\ &96, 96, \dots \end{aligned}$$

Pozorujeme, že řada čtvrtých diferencí jest konstantní, což souvisí se 4. stupněm předloženého příkladu. Řada hodnot  $y$  jest řadou aritmetickou vyššího stupně (čtvrtého).

*J. Kroupa.*

## O konstrukci tabulek úmrtnosti.

Prof. K. Rotrekl, Hranice.

(Dokončení.)

Podle velmi četných zkušeností jest číslo  $q_x$  funkcí hlavně stáří  $x$  (alespoň za normálních poměrů úmrtnosti) a podle toho také i čísla  $l_x$  byla vyjadřována jako funkce stáří  $x$ . Obecně ovšem  $q_x$  není jen funkcí stáří  $x$ , ale i funkcí délky doby pojistné ( $t$ ) a může býti funkcí i jiných okolností, které charakterisují jednotlivce. — Vývoj šel však tak, že  $l_x$  bylo považováno jen za funkci  $x$ . Tak franc. matematik Moivre vyjadřoval  $l_x = 86 - x$ , jiný franc. matematik — Lambert — vyjadřoval  $l_x$  jako funkci vyšších stupňů v  $x$ . Teprve v r. 1825 Angličan Gompertz podal uspokojivější formuli, která byla v r. 1860 upravena Makehamem na formuli Gompertz-Makehamovu:

$$l_x = k \cdot s^x \cdot g^{c^x},$$

kde konstanty  $k, s, g, c$  byly zjištěny na základě pozorovaného materiálu.

Nemohu zde podávati postup, jak tito matematikové k formuli přišli, ale poznamenávám, že tato formule dosti přibližně

vyjadřuje zákon úmrtnosti, o němž jsem s počátku mluvil. Formule vyjadřuje t. zv. *Gompertz-Makehamův zákon úmrtnosti*, ač zákonem v pravém slova smyslu není; podává pouze přibližný odhad dosud neformulovaného zákona.

Formule Gompertz-Makehamova nehodí se pro dětská léta; vyhovuje na příkl. tab. úmrtnosti  $H^M$  20 angl. společností jen pro stáří  $x \geq 15$  a není tedy zákonem *obecně platným*. Nicméně jest pomocí ní úmrtnost vyjádřena uspokojujícím způsobem a byly podle ní vyrovnány téměř všechny starší tabulky životního pojištění. Třeba ještě připomenouti, že konstanty ve formuli G.-M. mají pro různé tabulky úmrtnosti rozličné hodnoty. Uvádím tyto hodnoty pro dvě tab. úmrtnosti:  $H^M$  20 angl. společností a  $M^S$  zhotovenou v býv. Rakousku, z nichž prvá byla obsažena v dřívějších vyd. log. tab. Valouchových a druhá jest obsažena v novějších vyd. těchto tabulek:

Tab.	$s$	$g$	$c$
$H^M$	0,99358	0,999094	1,09744
$M^S$	0,99807	0,995894	1,08074

Vyrovnaním tabulek úmrtnosti zabývali se ovšem i jiní matematikové jako Brune, který vůbec podal nejstarší a nejjednodušší metodu vyrovnání tabulek úmrtnosti, Angličan King, který upravil formuli G.-M. i pro dětská léta, Lazarus, Laudi a j.

Tab. úmrtnosti pro muže i ženy, které obsaženy jsou — jak už řečeno — v posledních vyd. log. tab. Valouchových, jsou vyrovnány podle matematika Brunse. Těchto tabulek bylo užito i při vypracování čl. zákona o sociálním pojišťování. A ještě něco z historie a přítomnosti tab. úmrtnosti.

Nejstarší známou tab. úmrtnosti sestavil římský právník Ulpianus kol r. 364.

První však *vědecky* sestavená tab. úmrtnosti pochází od angl. hvězdáře a matematika E. Hallege, která byla vydána v r. 1693 na základě dat o porodech a úmrtích v městě Vratislavi v letech 1687—1691. Nebylo jí sice prakticky použito, avšak na základě ní vznikly nové práce, které vedly k založení první životní pojišťovny, *Equitable Society* v Londýně.

Ve Francii vyšly v r. 1796 tab. Déparcieuxovy, v r. 1806 tab. Duvillardovy a j.

V Německu r. 1741 uveřejnil J. Süssmilch tab. úmrtnosti, které po jeho smrti opět vydal a zdokonalil Baumann. Jiné tab. v Německu vydané byly tab. *Fischer-Brune-ovy* a pak tab. 23 *něm. společností* z r. 1883, kterých se dosud užívá.

U nás užívala se hojně tab. 20 *angl. společností* z r. 1869 vedle

tab. německých a nyní se ponejvíce užívá *tab. rakouská*, o níž jsem se již zmínil.

Také v Americe sestavilo *30 amerických společností* tab. úmrtnosti, které vyšly v r. 1881.

Většina tab. úmrtnosti zde uvedených a do nedávné doby užívaných byly tabulky agregátní t. j. takové, které respektovaly jen stáří osoby pojištěné, bez ohledu na délku pojistné doby. V novější době bylo přikročeno ke konstrukci tabulek selekčních, které délku doby pojistné plně respektují. Takové tabulky vydalo *60 anglických společností* v l. 1900—1904, banka *Gothajská* v r. 1903, *Lipská společnost* v r. 1907 a takovou jest také *tab. rakouská* sestavená z pozorování na rak.-uher. pojištěncích v předválečných letech. I *Japonsko* má své selekční tabulky úmrtnosti sestavené na základě materiálu svých 12 poj. společností. Speciálními tabulkami jsou *tabulky úmrtnosti důchodců*: anglická publikovaná v r. 1924, skandinávská 17 pojišťoven dánských, švédských, norských a finských, tabulky amerických důchodců a j.

V nejnovější době byly pak sestaveny tab. úmrtnosti *pouze na podkladě dat o úmrtích, tříděných podle věku a příčin úmrtí* — tedy bez přesné znalosti počtu exponovaných osob — jako úmrtní tab. A. Fishera. Jest zde sledován cíl, aby postup *empiricko-deduktivní*, který dosud při konstrukci úmrtních tab. byl užíván, a který jest velmi pracný a nákladný, byl nahrazen *principem induktivním*.

Při konstrukci novějších tab. úmrtnosti bylo užito různých metod teoretických i technických podle zkušeností matematiků v různých poj. společnostech a jest jisto, že konstrukci úmrtních tabulek bude i v budoucnosti věnována péče co největší; neboť správná úmrtní tabulka jest hlavním předpokladem racionálního provozování životního pojištění.

Nelze se též diviti, že i v řadě států byly zřízeny stálé instituce k sledování lidské úmrtnosti.

## Ze života Leonharda Eulera.

Jeden z nejznamenitějších zakladatelů dnešní matematiky byl Leonhard Euler. Narodil se 15. dubna 1707 v Basileji a zemřel 7. září 1783 v Petrohradu. Vzpomínáme tedy letos 150. výročí jeho smrti.

Studoval nejdříve, na přání otce, teologii a orientální jazyky. Ale brzy přiklonil se k studiu věd matematických, k nimž jeho lásku podněcoval znamenitý učitel, významný jiný matematik *Jan Bernoulli*.