

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Antonín Jeřábek

Poznámka k úloze Apolloniově

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 40 (1911), No. 5, 612--613

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/122265>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1911

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

letos pro pozorování příznivá, dá se očekávat, že bude objevena během léta nebo podzimu.

3. *Tempel-ova* první periodická kometa, která byla spatřena při svém posledním návratu v roce 1905. octne se opět v přísluní v říjnu. Bude sice v té době blízko Slunce, ale jest možné, že bude již spatřena o měsíc nebo dva dříve.

4. *Brorsen-ova* kometa nebyla spatřena od r. 1890 a také její objevení letošního roku jest pochybné. Jestliže však se elementy její dráhy značně nezměnily, bude její letošní posice poměrně příznivá, takže by mohla býti objevena počátkem zimy. Přísluním má projíti v prosinci. (Pop. Astr. XIX., 52.) S.

Poznámka k úloze Apolloniově.

Napsal Ant. Jeřábek.

Dodatkem ku článku

„*O vnitřní souvislosti některých úloh Apolloniova problému*“

chci ještě naznačiti *bezprostředný postup* od úlohy I. ke II. a zároveň ukázati *k jednotnému společnému zdroji pomocných vět* k řešení úlohy *obecné*.

Společný zdroj ten tvoří *poznámka* (na str. 371.) a *důsledek I.* (na str. 372.).

„*Dle důsledku I. totiž leží chordální střed P kružnic O_1, O_2 a bodu A jakožto střed podobnosti dvojice $(K_I K_{II})$ na její středné $S_I S_{II}$; jest tedy bod P průsečíkem středné $S_I S_{II}$ a chordály p_1 , která přísluší ke kružnici O_1 a bodu A .*“

Odtud vyplývá:

a) Pohybuje-li se *proměnlivá* kružnice O_2 z počátečné *pevné* polohy O_1 tak, že se jí dvojice $(K_I K_{II})$ stále *stejným*¹⁾ způsobem dotýká, (tedy že O_2 i *skrze* bod A *dále postupuje* v obr. 3a. a obr. 3b.), probíhá *chordála* kružnic O_1, O_2 stále *týmž* bodem²⁾ P , jenž je *středem* podobnosti dvojice $(K_I K_{II})$.

1) Srov. s *) na str. 372 a 375. — Za příklad stůjtež v obr. 3a. a 3b. kružnice O_1, O_2 , po případě O_1, O'_2 .

2) (průsečíkem p_1 a $S_I S_{II}$).

A z toho opět:

b) Na chordále dvojice $(O_1 O_2)$ leží střed podobnosti kružnic K_I a K_{II} (obr. 3a. a 3b.), kterých se dvojice $(O_1 O_2)$ stejným¹⁾ způsobem dotýká.

1. Pokládáme-li v a) dvojici $(K_I K_{II})$ za hledanou, můžeme (ku pevné kružnici O_1 přiberouce O_2 ve dvou rozličných polohách) vysloviti větu A:

Chordální střed tří daných kružnic³⁾ je středem podobnosti hledané dvojice.

2. Pokládáme-li však v b) dvojici $(O_1 O_2)$ za hledanou, můžeme (přiberouce K_{III} , jížto $(O_1 O_2)$ stejným¹⁾ způsobem jako kružnic K_I a K_{II} ⁴⁾ se dotýká,) vysloviti větu B:

Tři středy podobnosti daných kružnic³⁾ leží na chordále hledané dvojice.

3. Z téhož jednotného pramene můžeme čerpati i známou větu, na níž založeno I. sestrojení obecné Apolloniovy úlohy:

Sjednotíme-li v a) pohyblivou kružnici s pevnou, splyne spojnice dotýčných bodů $T' T''$ (obr. 4.) s chordálou sjednocených kružnic, a jako taková prochází nutně bodem P.

Úlohy.

Řešení úloh.

a) Z matematiky.

1.

Řešiti jest rovnici

$$\cos 3x \cos^3 x + \sin 3x \sin^3 x = a \quad R.$$

Řešení 1. Zaslal pan Lad. Staněk, stud. VII. tř. r. v Litovli.

³⁾ (v úloze Apolloniové).

⁴⁾ Dotýká-li se $(O_I O_{II})$ kružnic K_I , K_{II} { obou nesouhlasně }, musí se též kružnice K_{III} dotýkati { nesouhlasně } { souhlasně }. Tim vysvitá, proč mají oba členy hledaných dvojic stejnohlé udavatele buď vesměs různé neb vesměs stejné. Viz str. 374., kde ovšem v tomto případě místo K sluší položití O .